

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

Физика
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ
И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Учебное пособие

Новосибирск 2012

УДК 535.14+530.145 (075)
ББК 22.317, Я 73
Э 456

Кафедра теоретической и прикладной физики

Составители: канд. техн. наук, доц. *В. Я. Чечуев*;
канд. техн. наук, доц. *С. В. Викулов*;
И. М. Дзю

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *М. П. Синюков*, (НГАВТ);
канд. физ.-мат. наук, доцент *В. И. Сигимов*, (НГАВТ)

Элементы квантовой оптики и квантовой механики: учеб. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, И. М. Дзю. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2012. – 89 с.

Учебное пособие содержит материал, изучаемый согласно программе, в курсе общей физики. В нём рассмотрены тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона, а также атом водорода, периодическая система элементов Менделеева, молекулы и их спектры, вынужденное излучение.

Предназначено для студентов дневной и заочной формы обучения всех направлений подготовки, реализуемых в НГАУ.

Утверждено и рекомендовано к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 3 от 27 марта 2012 г.).

ВВЕДЕНИЕ

Излучение телами электромагнитных волн (свечение тел) может осуществляться за счёт различных видов энергии. Самым распространённым является тепловое излучение, т.е. испускание электромагнитных волн за счёт внутренней энергии тел. Все остальные виды свечения, возбуждаемые за счёт любого вида энергии, кроме внутренней, объединяются под общим названием «люминесценция».

Тепловое излучение имеет место при любой температуре, однако при невысоких температурах излучаются практически лишь длинные (инфракрасные) электромагнитные волны.

Опыт показывает, что единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является тепловое излучение. Все остальные виды излучения оказываются неравновесными.

Способность теплового излучения находиться в равновесии с излучающими телами обусловлена тем, что его интенсивность возрастает при повышении температуры. Допустим, что равновесие между телом и излучением нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия тела будет убывать, что приведёт к понижению температуры. Это, в свою очередь, обусловит уменьшение количества излучаемой телом энергии. Температура тела будет понижаться до тех пор, пока количество излучаемой телом энергии не станет равным количеству поглощаемой энергии. Если равновесие нарушится в другую сторону, т.е. количество излучаемой энергии окажется меньше, чем поглощаемой, температура тела будет возрастать до тех пор, пока снова не установится равновесие. Таким образом, нарушение равновесия в системе «тело–излучение» вызывает возникновение процессов, восстанавливающих равновесие.

К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики. Поэтому тепловое излучение должно подчиняться некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики. Рассмотрим эти закономерности.

1. ЗАКОН КИРХГОФА

Интенсивность теплового излучения будем характеризовать величиной потока энергии. Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям, назовём энергетической светимостью тела R . Энергетическая светимость является функцией температуры. Излучение состоит из волн различных частот ω . Обозначим поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в интервале частот $d\omega$, через dR_ω . При малом интервале $d\omega$

$$dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega. \quad (1.1)$$

Величина $r_{\omega,T}$ называется *испускательной способностью тела*. Она – функция частоты и температуры.

Энергетическая светимость связана с испускательной способностью соотношением

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega. \quad (1.2)$$

Излучение вместо частоты можно характеризовать длиной волны λ :

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (1.3)$$

Связь между определяющими один и тот же участок спектра величинами $d\omega$ и $d\lambda$ находится путём дифференцирования соотношения (1.3):

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (1.4)$$

Знак минус в этом выражении не имеет существенного значения, он лишь указывает на то, что с возрастанием одной из величин, ω или λ , другая величина убывает.

Если интервалы $d\omega$ и $d\lambda$ относятся к одному и тому же участку спектра, то

$$r_{\omega,T} d\omega = r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (1.5)$$

Подставив в (1.5) (1.4), получим:

$$r_{\omega,T} \cdot d\omega = r_{\lambda,T} \cdot \frac{2\pi c}{\omega^2} \cdot d\omega = r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega,$$

откуда

$$r_{\omega,T} = r_{\lambda,T} \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \quad (1.6)$$

С помощью (1.6) можно перейти от $r_{\lambda,T}$ к $r_{\omega,T}$ и наоборот.

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток $d\Phi_{\omega}$, обусловленный электромагнитными волнами, частота которых заключена в интервале $d\omega$. Часть этого потока $d\Phi'_{\omega}$ будет поглощена телом. Безразмерная величина

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}} \quad (1.7)$$

называется поглощательной способностью тела. Поглощательная способность зависит от частоты и температуры.

Для тела, полностью поглощающего упавшее на него излучение всех частот, $a_{\omega,T} = 1$. Такое тело называется абсолютно чёрным. Тело, для которого $a_{\omega,T} = \text{const} < 1$, называют серым.

Между излучательной и поглощательной способностями любого тела имеется связь. В этом можно убедиться, рассмотрев следующий эксперимент. Пусть внутри замкнутой оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T , помещены несколько тел (рис. 1.1). Полость внутри оболочки эвакуирована, так что тела могут обмениваться энергией между собой и с оболочкой лишь путём испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придёт в состояние теплового равновесия – все тела примут одну и ту же температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью $r_{\omega,T}$, теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей $r_{\omega,T}$. Поскольку температура (а следовательно, и энергия) тел не меняется, то тело, испускающее больше энергии, должно и больше поглощать, т.е. обладать большей $a_{\omega,T}$. Таким образом, чем больше испускательная способность тела $r_{\omega,T}$, тем больше и его поглощательная способность $a_{\omega,T}$. Отсюда вытекает соотношение:

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} \right)_3 = \dots, \quad (1.8)$$

где индексы 1, 2, 3 и т.д. относятся к разным телам.

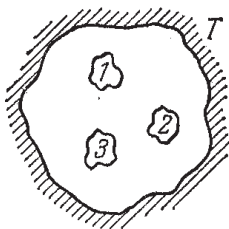


Рис. 1.1

Соотношение (1.8) выражает установленный Кирхгофом закон, который формулируется следующим образом: *отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры:*

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T). \quad (1.9)$$

Сами величины $r_{\omega,T}$ и $a_{\omega,T}$ могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел.

Для абсолютно чёрного тела по определению $a_{\omega,T} = 1$. Следовательно, $r_{\omega,T} = f(\omega, T)$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $f(\omega, T)$ есть не что иное, как испускательная способность абсолютно чёрного тела.

При теоретических исследованиях для характеристики спектрального состава равновесного теплового излучения удобнее пользоваться функцией $f(\omega, T)$. В экспериментальных исследованиях удобнее пользоваться функцией длины волны $\varphi(\lambda, T)$. Обе функции связаны друг с другом соотношением, аналогичным (1.6):

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T). \quad (1.10)$$

Абсолютно чёрных тел в природе нет. Сажа или платиновая чернь имеют поглощательную способность, близкую к единице, лишь в ограниченном интервале частот; в далёкой инфракрасной области их поглощательная способность заметно меньше единицы. Однако можно создать устройство, сколь угодно близкое по своим свойствам к абсолютно чёрному телу. Такое устройство представляет собой почти зам-

кнутую полость, снабжённую малым отверстием (рис. 1.2). Излучение, проникшее внутрь через отверстие, прежде чем выйти обратно, претерпевает многократные отражения. При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате чего практически всё излучение любой частоты поглощается такой полостью.

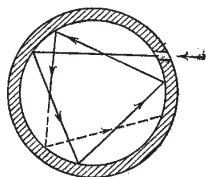


Рис. 1.2

Согласно закону Кирхгофа, испускательная способность такого устройства очень близка к $f(\omega, T)$, причём T означает температуру стенок полости. Таким образом, если стенки полости поддерживать при некоторой температуре T , то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно чёрного тела при той же температуре. Разлагая это излучение в спектр с помощью дифракционной решётки и измеряя интенсивность различных участков спектра, можно найти экспериментально вид функции $f(\omega, T)$ или, как на рис. 1.3, $\varphi(\lambda, T)$.

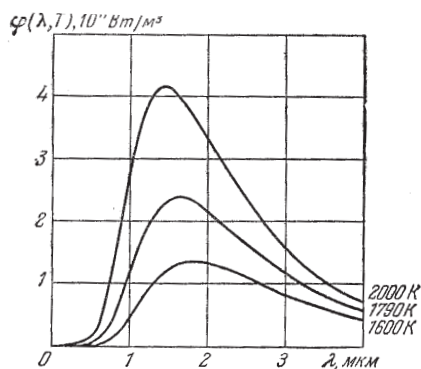


Рис. 1.3

Площадь, охватываемая кривой, даёт энергетическую светимость абсолютно чёрного тела при соответствующей температуре.

Из рис. 1.3 следует, что энергетическая светимость абсолютно чёрного тела сильно возрастает с температурой. Максимум испускательной способности с увеличением температуры сдвигается в сторону более коротких волн.

2. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЁРНОГО ТЕЛА. ФОРМУЛА ПЛАНКА

Долгое время попытки получить теоретически вид функции $f(\omega, T)$ не давали общего решения задачи. Отметим частные решения.

Стефан, анализируя экспериментальные данные, пришёл к выводу, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвёртой степени температуры. Больцман, исходя из термодинамических соображений, показал, что этот результат справедлив только для абсолютно чёрных тел. В итоге, закон

$$R = \sigma T^4 \quad (2.1)$$

получил название закона Стефана-Больцмана, а постоянную σ называют постоянной Стефана-Больцмана. Её экспериментальное значение равно

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4.$$

Вин, воспользовавшись, кроме термодинамики, электромагнитной теорией, показал, что функция спектрального распределения должна иметь вид

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right). \quad (2.2)$$

И хотя вид функции F Вину не удалось установить, формула (2.2) позволила ему получить закон смещения Вина:

длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре,

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (2.3)$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \text{м} \cdot \text{К}$.

Именно поэтому раскалённое тело с повышением температуры становится сначала красным, затем оранжевым и, наконец, жёлто-белым.

Отметим, что спектральный состав излучения Солнца очень близок по характеру к кривой излучения абсолютно чёрного тела. Максимум энергии излучения Солнца приходится примерно на 4700Å . Если рассматривать Солнце как абсолютно чёрное тело и воспользоваться законом смещения Вина, то можно рассчитать, что температура наружных слоёв Солнца близка к 6200 К .

Из многочисленных попыток получения вида функции Кирхгофа методами классической статистической физики остановимся только на результатах исследования Рэлея и Джинса.

Они рассмотрели равновесное (чёрное) излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность пространственных стоячих электромагнитных волн. Частоты этих волн должны удовлетворять условиям, подобным условиям для частот стоячих упругих волн в стержнях.

Применив теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы, им удалось получить: $f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$ – формулу Рэлея-Джинса. Эта формула удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при больших длинах волн и резко расходится с опытом для малых длин волн. На рис. 2.1 сплошной линией изображена эксперимен-

тальная кривая, пунктиром – кривая, построенная по формуле Рэля-Джинса.

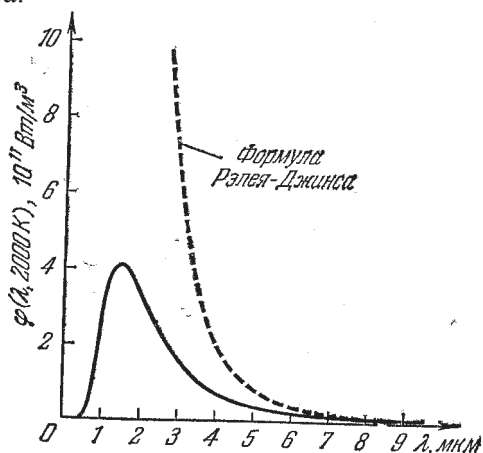


Рис. 2.1

С классической точки зрения вывод формулы Рэля-Джинса является безупречным. Поэтому расхождение этой формулы с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики.

Невозможность отыскания методами классической теоретической физики такого выражения для функций Кирхгофа, которое согласовывалось бы с данными экспериментов во всём интервале частот от 0 до ∞ , получило образное название «ультрафиолетовой катастрофы».

Формула Планка. Выход из трудностей, возникших в проблеме теплового излучения абсолютно чёрного тела, был предложен Планком в 1900 г. Уподобив равновесное излучение совокупности линейных гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами от нуля до бесконечности, Планк пытался применить термодинамический подход для нахождения функции Кирхгофа. Ему удалось подобрать эмпирическое выражение, которое

блестяще согласовывалось с экспериментальными данными (см. рис. 2.1 – сплошная кривая) при любой частоте и температуре.

Для теоретического обоснования этой формулы Планку пришлось сделать предположение, совершенно чуждое классическим представлениям, а именно, допустить, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad (2.4)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Коэффициент пропорциональности \hbar получил название постоянной Планка. Его значение, определённое из опыта, равно: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

В механике есть величина, имеющая размерность «энергия \times время», которая называется действием. Поэтому постоянную Планка иногда называют квантом действия. Заметим, что размерность \hbar совпадает с размерностью момента импульса.

Если излучение испускается порциями $\hbar\omega$, то его энергия E_n должна быть кратна этой величине:

$$E_n = n \hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2). \quad (2.5)$$

Не вдаваясь в подробности вывода, приведём формулу Планка:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (2.6)$$

Осуществив преобразование выражения (2.6) по формуле (1.10), будем иметь:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{2\pi \hbar c}{4T\lambda}} - 1}. \quad (2.7)$$

Поскольку формула Планка справедлива при любых частотах и температурах, то из неё должны следовать все известные законы теплового излучения.

Получим с учётом (2.6) закон Стефана-Больцмана:

$$R = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \int_0^\infty \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (2.8)$$

Введём вместо ω безразмерную переменную $E = \frac{\hbar \omega}{kT}$. Подстановка $\omega = \frac{kT}{\hbar} x$ и $d\omega = \left(\frac{kT}{\hbar}\right) dx$ преобразует формулу (2.8) к виду

$$R = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \cdot \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx. \quad (2.9)$$

Определённый интеграл в (2.9) равен $\frac{\pi^4}{15} \approx 6,5$. Подставив его значение в (2.9), получим закон Стефана-Больцмана:

$$R = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4.$$

Подстановка в эту формулу значений k , c и \hbar даёт $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением.

В заключение найдём значение постоянной в законе смещения Вина. Для этого продифференцируем функцию (2.7) по λ и приравняем получившееся выражение нулю:

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{4\pi^2 \hbar c^2 \left[\left(\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda} \right) \cdot e^{\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda}} - 5 \left(e^{\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda}} - 1 \right) \right]}{\lambda^6 \left(e^{\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda}} - 1 \right)^2} = 0.$$

Удовлетворяющие этому уравнению значения $\lambda = 0$ и $\lambda = \infty$ соответствуют минимумам функции $\varphi(\lambda, T)$. Значение λ_b , при котором функция достигает максимума, обращает в нуль выражение, стоящее в числителе в квадратных скобках. Обозначив $\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda_m} = x$, получим уравнение

$$x \cdot e^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения даёт $x = 4,965$.

Следовательно, $\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda_m} = 4,965$, откуда $T\lambda_m = \frac{2\pi \hbar c}{4,965k} = b$.

Подстановка числовых значений $\hbar, 48 k$ даёт для b величину, совпадающую с экспериментальным значением.

Таким образом, формула Планка даёт исчерпывающее описание равновесного теплового излучения.

3. ФОТОЭФФЕКТ

Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Это явление было открыто Г. Герцем в 1887 г. Он заметил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовыми лучами.

Позднее фотоэффект изучался многими учёными. Отметим, прежде всего, работы А.Г. Столетова, Ленарда и Томсона.

Экспериментальные исследования внешнего фотоэффекта у металлов показали, что он зависит не только от химической природы металла, но и от состояния его поверхности. Даже ничтожные загрязнения поверхности металла существенно влияют на эмиссию электронов под действием света. Поэтому в современных условиях для изучения фотоэффекта пользуются вакуумной трубкой (рис. 3.1). Катод K , покрытый исследуемым металлом, освещается монохроматическим светом, проходящим в трубку через окно D . Напряжение U между анодом и катодом регулируется потенциометром R и измеряется вольтметром V . Две аккумуляторные батареи, включённые «навстречу друг другу», позволяют с помощью потенциометра изменять значение и знак напряжения U . Сила фототока измеряется гальванометром G . На рис. 3.2 изображены кривые зависимости силы фототока от напряжения $U_{\text{иск}}$, соответствующие различным потокам света Φ . Частота света в обоих случаях одинакова.

Существование фототока в области отрицательных напряжений от 0 до $-U$ объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией. За счёт уменьшения этой энергии электроны могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля в трубке и достигать

анода. Очевидно, что максимальная начальная скорость v_{\max} фотоэлектронов связана с U_0 соотношением

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0, \quad (3.1)$$

где e и m – абсолютные значения заряда и масса электрона.

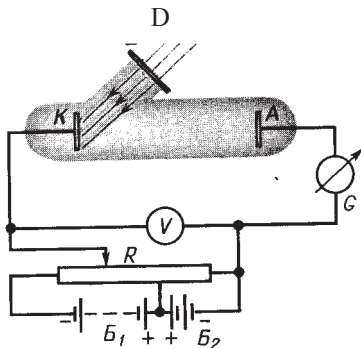


Рис. 3.1

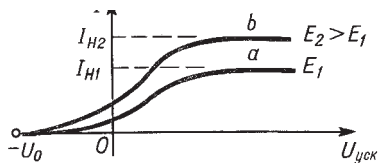


Рис. 3.2

При $U \leq -U_0$ фототок $I = 0$. По мере увеличения U фототок I постепенно возрастает, так как всё большее число фотоэлектронов достигает анода. Максимальное значение силы тока $I_{\text{н}}$ называется фототоком насыщения и соответствует таким значениям U , при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода:

$$I = en,$$

где n – число фотоэлектронов, вылетающих из катода за 1с.

Законы и квантовая теория внешнего фотоэффекта.

Опытным путём установлены следующие законы внешнего фотоэффекта:

1. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

2. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0 света, при кото-

рой ещё возможен внешний фотоэффект (ν_0 зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности).

3. Число фотоэлектронов n , вырываемых из катода за единицу времени, пропорционально интенсивности света.

Опыты показывают, что фотоэффект практически безынерционен.

При объяснении первого и второго законов встретились серьёзные трудности. В самом деле, согласно электромагнитной теории, вырывание свободных электронов из металла должно являться результатом их «раскачивания» в электрическом поле световой волны. Однако в таком случае совершенно непонятно, почему максимальная начальная скорость и кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов зависят от частоты света, а не от амплитуды колебаний вектора напряжённости электрического поля волны и связанной с ней интенсивности волны. Трудности в истолковании первого и второго законов фотоэффекта вызвали сомнения в универсальной применимости волновой теории света.

В 1905 г. А. Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями $\hbar\omega$ (квантами), какими он, по предположению Планка, испускается. По мысли Эйнштейна, энергия, полученная электроном, доставляется ему в виде кванта $\hbar\omega$, который усваивается им целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода A , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Если электрон освобождается светом не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то часть энергии, равная E' , может быть потеряна вследствие случайных столкновений в веществе. Остаток энергии образует кинетическую энергию E_k электрона, покинувшего вещество. Энергия E_k будет максимальна, если $E' = 0$. В этом случае должно выполняться соотношение

$$\hbar\omega = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A, \quad (3.2)$$

которое называется формулой Эйнштейна.

Уравнение (3.2) позволяет легко объяснить все основные законы внешнего фотоэффекта для металлов. Действительно, из него следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона зависит не от интенсивности, а от частоты света и работы выхода A . Внешний фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона $\hbar\omega(h\nu)$ больше или в крайнем случае равна A . Следовательно, соответствующая красной границе фотоэффекта частота

$$\nu_0 = \frac{A}{h}. \quad (3.3)$$

Она зависит только от работы выхода электрона, т.е. от химической природы металла и состояния его поверхности.

Наконец, из явления внешнего фотоэффекта ясно, что общее число n фотоэлектронов, вылетающих за единицу времени, пропорционально числу фотонов n' , падающих за то же время на поверхность вещества, которое, в свою очередь, пропорционально интенсивности света.

С изобретением лазеров были получены недостижимые до тех пор мощности световых пучков. Это дало возможность осуществить многофотонные процессы. В частности, был наблюден многофотонный фотоэффект, в ходе которого электрон, вылетающий из металла, получает энергию не от одного, а от N фотонов ($N = 2, 3, 4, 5$). Формула Эйнштейна в случае многофотонного эффекта выглядит следующим образом:

$$N\hbar\omega = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A. \quad (3.4)$$

Соответственно красная граница фотоэффекта смещается в сторону более длинных волн (λ увеличивается в N раз).

На основе соотношений (3.1) и (3.3) уравнение (3.2) можно переписать в виде:

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (3.5)$$

Это уравнение неоднократно подвергалось экспериментальной проверке. На рис. 3.3 изображены результаты измерений максимальной кинетической энергии фотоэлектронов как функции частоты облучающего металл света для Al, Zn и Ni. Существенно, что в согласии с уравнением (3.4) эти прямые параллельны друг другу, причём производная $\frac{d}{d\nu}(eU_0)$ не зависит от материала катода и численно равна постоянной Планка. Прямые указывают также на существование граничной частоты ν_0 фотоэффекта для данного металла. Отрезки, отсекаемые прямыми на оси ординат, численно равны работе A выхода электронов из соответствующих металлов.

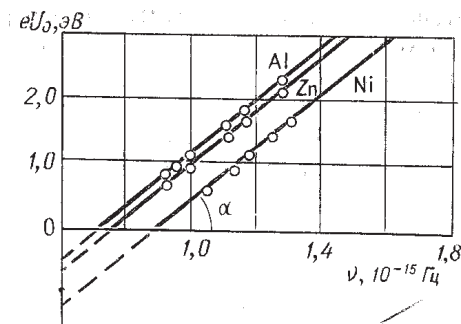


Рис. 3.3

Среднее значение h , полученное из опытов, оказалось равным $6,543 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Точность опытов составляла 0,1–0,2%. Совпадение значения h , полученного в опытах по фотоэффекту, с результатами других методов определения подтвердило правильность уравнения (3.5) для фотоэффекта и вместе с тем идеи Эйнштейна о квантовом характере взаимодействия света с электронами при фотоэффекте.

4. ЭФФЕКТ КОМПТОНА. ОПЫТ БОТЕ. ФОТОНЫ

Особенно отчётливо корпускулярные свойства света проявляются в явлении, которое получило название эффекта Комптона. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла ϑ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. От длины волны λ и от природы рассеивающего вещества $\Delta\lambda$ она не зависит. Схема опыта Комптона показана на рис. 4.1. Выделяемый диафрагмами D узкий пучок монохроматического (характеристического) рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество PB .

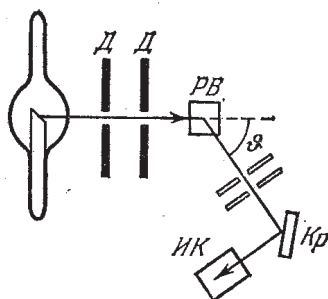


Рис. 4.1

Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла Kp и ионизационной камеры $ИК$.

Рис. 4.2 характеризует зависимость соотношения интенсивностей смещённой M и несмещённой P компонент от атомного номера рассеивающего вещества. Верхняя кривая в левом столбце характеризует первичное излучение (линия K_{α} серебра). При рассеивании веществами с малым атом-

ным номером (Li, Be, B) практически всё рассеянное излучение имеет смещённую длину волны. По мере увеличения атомного номера всё большая часть рассеивается без изменения длины волны.

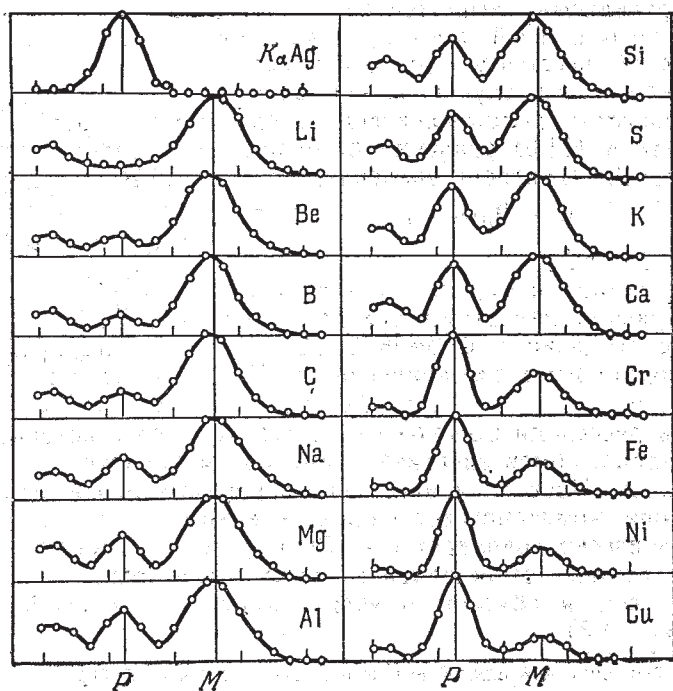


Рис. 4.2

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать слабее всего связанные с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar k$ (рис. 4.3).

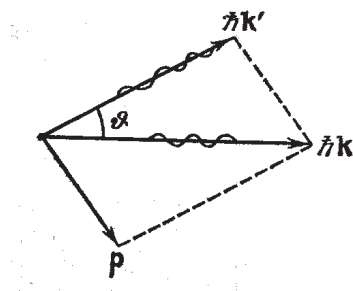


Рис. 4.3

Энергия электрона до столкновения равна mc^2 (m – масса покоя электрона), импульс равен нулю. После столкновения электрон будет обладать импульсом \vec{p} и энергией $E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$. Энергия и импульс фотона также изменятся и станут равными $\hbar\omega'$ и $\hbar\vec{k}'$. Из законов сохранения энергии и импульса следует два равенства:

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}; \quad (4.1)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}'. \quad (4.2)$$

Разделим первое равенство на c . Тогда получим

$$\sqrt{p^2 + m^2c^2} = \hbar(k - k') + mc,$$

где $\frac{\omega}{c} = k$. Возведение в квадрат даёт

$$p^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk') + 2mch(k - k'). \quad (4.3)$$

Из (4.3) следует, что

$$p^2 = \hbar^2(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk' \cdot \cos\theta). \quad (4.4)$$

Из сравнения (4.3) и (4.4) получаем

$$mc(k - k') = \hbar k k' (1 - \cos \vartheta).$$

Умножим это равенство на 2π и разделим на $mc\hbar k k'$:

$$\frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{mc} (1 - \cos \vartheta). \quad (4.5)$$

Наконец, учтя, что $\frac{2\pi}{k} = \lambda$, придём к формуле

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \vartheta),$$

где
$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}. \quad (4.6)$$

Определяемая выражением (4.6) величина λ_c называется комптоновской длиной волны той частицы, масса m которой имеется в виду. В рассматриваемом нами случае λ_c – комптоновская длина волны электрона.

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Поскольку масса атома намного превосходит массу электрона, комптоновское смещение в этом случае ничтожно и λ' практически совпадает с λ_c . По мере роста атомного номера увеличивается относительное число электронов с сильной связью, чем обуславливается ослабление смещённой линии.

Чтобы объяснить распределение энергии в спектре равновесного теплового излучения, достаточно, как показал Планк, допустить, что свет только испускается порциями $\hbar\omega$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Эйнштейн пошёл дальше. Он выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц, названных первоначально световыми квантами. Впоследствии эти частицы получили название фотонов.

Наиболее непосредственное подтверждение гипотезы Эйнштейна дал опыт Боте. Тонкая металлическая фольга Φ (рис. 4.4) помещалась между двумя газоразрядными счётчиками $Сч$. Фольга освещалась слабым пучком рентгеновских лучей, под действием которых она сама становилась источником рентгеновских лучей (это явление называется рентгеновской флуоресценцией). Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов, испускаемых фольгой, было невелико. При попадании в счётчик рентгеновских лучей он срабатывал и приводил в действие механизм $М$, делавший отметку на движущейся ленте $Л$. Если бы излучаемая энергия равномерно распространялась во все стороны, как это следует из волновых представлений, оба счётчика должны были бы срабатывать одновременно, и отметки на ленте приходились бы одна против другой. В действительности же наблюдалось совершенно беспорядочное расположение отметок. Это можно объяснить лишь тем, что в отдельных актах испускания возникают световые частицы, летящие то в одном, то в другом направлении.

Так было экспериментально доказано существование особых световых частиц – фотонов. Энергия фотона определяется его частотой:

$$E = \hbar\omega. \quad (4.7)$$

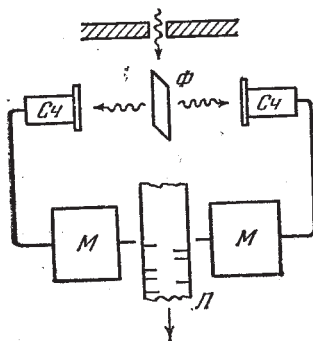


Рис. 4.4

Из теории относительности следует, что:

- 1) масса покоя фотона равна нулю;
- 2) фотон всегда движется со скоростью света c ;
- 3) импульс фотона

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k, \quad (4.8)$$

где ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число). Фотон летит в направлении электромагнитной волны.

Пусть на поглощающую свет поверхность падает поток фотонов, летящих по нормали к поверхности. Если плотность фотонов равна n , на единицу поверхности падает в единицу времени nc фотонов. При поглощении каждый фотон сообщает стенке импульс $p = \frac{E}{c}$ (формула (4.8)). Умножив p на nc , получим импульс, сообщаемый в единицу времени единице поверхности, т.е. давление \mathcal{P} света на стенку:

$$\mathcal{P} = \frac{E}{c} \cdot nc = En. \quad (4.9)$$

Произведение $E \cdot n$ равно энергии фотонов, заключённых в единице объёма, т.е. плотности электромагнитной энергии ω . Таким образом, мы пришли к формуле $\mathcal{P} = \omega$, которая совпадает с выражением для давления, получающимся из электромагнитной теории. Отражаясь от стенки, фотон сообщает ей импульс $2p$. Поэтому для отражающей поверхности давление будет 2ω .

Итак, мы рассмотрели ряд явлений, в которых свет ведёт себя как поток частиц (фотонов). Однако не надо забывать, что такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Таким образом, свет обнаруживает *корпу-*

скулярно-волновой дуализм (двойственность): в одних явлениях проявляется его волновая природа, и он ведёт себя как электромагнитная волна, в других явлениях проявляется корпускулярная природа света, и он ведёт себя как поток фотонов.

Выясним, в каком соотношении находятся волновая и корпускулярная картина. Ответ на этот вопрос можно получить, рассмотрев с обеих точек зрения освещённость какой-либо поверхности. Согласно волновым представлениям, освещённость в некоторой точке поверхности пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. С корпускулярной точки зрения освещённость пропорциональна плотности потока фотонов. Следовательно, между квадратом амплитуды световой волны и плотностью потока фотонов имеется прямая пропорциональность. Носителем энергии и импульса является фотон. Квадрат амплитуды волны определяет вероятность того, что фотон попадает в данную точку поверхности. Точнее, вероятность dp того, что фотон будет обнаружен в пределах объёма dV , заключающего в себе рассматриваемую точку пространства, определяется выражением

$$dp = \chi A^2 dV ,$$

где χ – коэффициент пропорциональности;

A – амплитуда световой волны.

Из сказанного следует, что распределение фотонов по поверхности, на которую падает свет, должно иметь статистический характер. Наблюдаемая в опыте равномерность освещённости обусловлена тем, что обычно плотность потока фотонов бывает очень большой. Так, например, при освещённости, равной 50 лк (такая освещённость нужна, чтобы глаза не утомлялись при чтении), и длине волны 5500\AA на 1 см^2 поверхности падает примерно $2 \cdot 10^{13}$ фотонов в се-

кунду. Относительная флуктуация обратно пропорциональна квадратному корню из числа частиц. Поэтому при указанном значении потока фотонов флуктуации оказываются ничтожными, и поверхность представляется освещённой равномерно.

5. АТОМ ВОДОРОДА. СПИН ЭЛЕКТРОНА

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижного ядра с зарядом Ze (Z – целое число) и движущегося вокруг него электрона. При $Z > 1$ такая система называется водородоподобным ионом; при $Z = 1$ она представляет собой атом водорода.

Потенциальная энергия электрона равна

$$U = -\frac{Ze^2}{r}$$

(r – расстояние электрона от ядра). Следовательно, уравнение Шредингера имеет вид

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (5.1)$$

где m – масса электрона.

Можно показать, что уравнение (5.1) имеет требуемые (т.е. однозначные, конечные и непрерывные) решения в двух случаях: 1) при любых положительных энергиях E ; 2) при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots). \quad (5.2)$$

Случай $E > 0$ соответствует электрону, пролетающему вблизи ядра и удаляющемуся снова на бесконечность. Случай $E < 0$ соответствует электрону, связанному с ядром. Такой же результат для энергии водородного атома получается

и в теории Бора. Однако в квантовой механике этот результат получается как следствие основных положений этой теории.

Собственные функции уравнения (5.1) содержат три целочисленных параметра: n , ℓ и m :

$$\psi = \psi_{n\ell m}(r, \vartheta, \varphi). \quad (5.3)$$

Параметр n , называемый главным квантовым числом, совпадает с номером уровня энергии. Параметры ℓ и m представляют собой азимутальное и магнитное квантовые числа, определяющие по формулам

$$L = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}; \quad (5.4)$$

$$L_z = m\hbar \quad (5.5)$$

модуль момента импульса и проекцию момента импульса на некоторое направление Z .

Решения, удовлетворяющие стандартным условиям, получаются лишь для значений ℓ , не превышающих $n - 1$. Следовательно, при данном n квантовое число ℓ может принимать n различных значений:

$$\ell = 0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

При данном ℓ квантовое число m может принимать $2\ell + 1$ различных значений:

$$m = -\ell, -\ell + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, \ell - 1, \ell.$$

Согласно (5.2), энергия электрона зависит только от главного квантового числа n . Следовательно, каждому собственному значению энергии (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций $\psi_{n,\ell,m}$, отличающихся значениями квантовых чисел ℓ и m . Это означает, что атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях.

Состояния с одинаковой энергией называются *вырожденными*, а число различных состояний с каким-либо значением энергии называется *кратностью вырождения* соответствующего энергетического уровня.

Нетрудно показать, что кратность вырождения энергетических уровней атома водорода равна n^2 .

Принято электрон, находящийся в состоянии с $\ell = 0$, называть s -электроном (а соответствующее состояние — s -состоянием), с $\ell = 1$ — p -электроном, с $\ell = 2$ — d -электроном, с $\ell = 3$ — f -электроном, затем идут g , h и так далее уже по алфавиту. Значение главного квантового числа указывают перед условным обозначением квантового числа ℓ . Таким образом, электрон в состоянии с $n = 4$ и $\ell = 2$ обозначают символом $4d$ и так далее.

Одна из возможных схем уровней атома водорода показана на рис. 5.1. Как известно, испускание и поглощение света происходит при переходах электрона с одного уровня на другой. Для азимутального квантового числа ℓ имеется правило отбора

$$\Delta\ell = \pm 1. \quad (5.6)$$

Это правило обусловлено тем, что фотон обладает собственным моментом импульса (спином), равным \hbar . При испускании фотон уносит из атома этот момент, а при поглощении привносит, так что правило (5.6) есть просто следствие закона сохранения момента импульса.

На рис. 5.1 показаны переходы, разрешённые правилом (5.6). Пользуясь условными обозначениями состояний электрона, переходы, приводящие к возникновению серии Лаймана, можно записать в виде

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots).$$

Серии Бальмера соответствуют переходы

$$ns \rightarrow 2p \text{ и } nd \rightarrow 2p \quad (n = 3, 4, \dots).$$

Серии Брэкета и Пашены показаны на рис. 5.1.

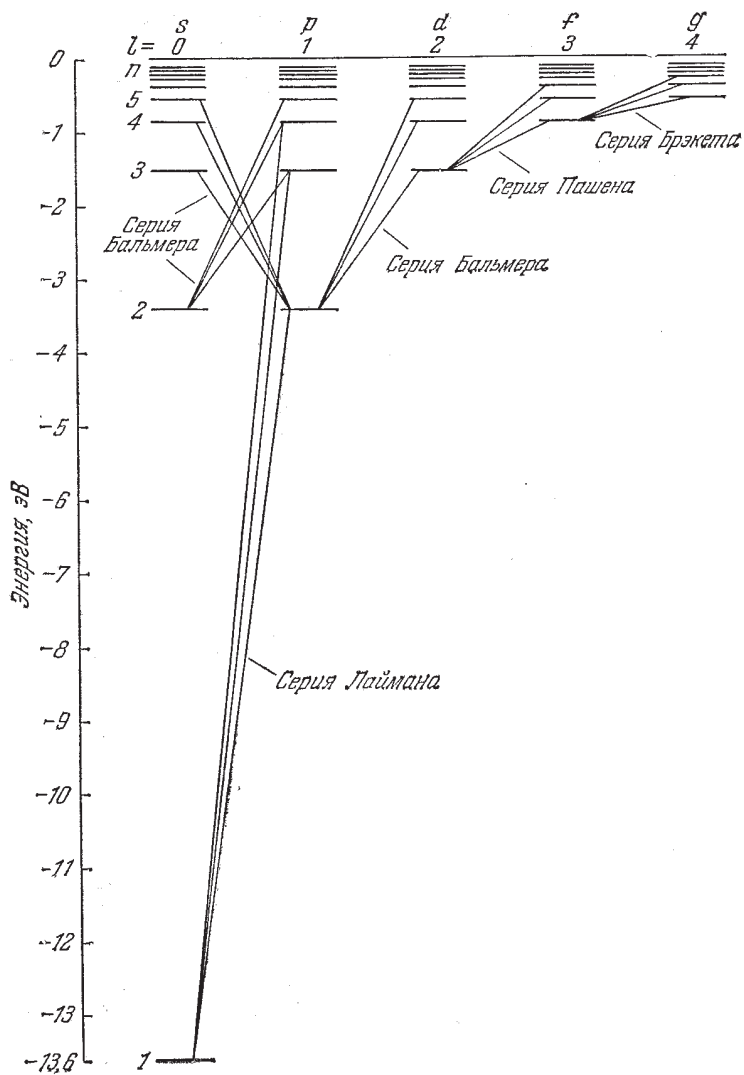


Рис. 5.1

Состояние $1s$ является основным состоянием атома водорода. В этом состоянии атом обладает минимальной энергией. Чтобы перевести атом из основного состояния в возбуждённое (т.е. в состояние с большей энергией), ему необходимо сообщить энергию. Это может быть осуществлено за счёт теплового соударения атомов, или за счёт столкновения атома с достаточно быстрым электроном, или за счёт поглощения атомом фотона.

Фотон при поглощении его атомом *исчезает*, передавая атому всю свою энергию. Атом не может поглотить только часть фотона, ибо фотон, как и электрон, как и другие элементарные частицы, является неделимым. Поэтому в отсутствие многофотонных процессов атом может поглощать только те фотоны, энергия которых соответствует разности энергий двух его уровней. Поскольку поглощающий атом обычно находится в основном состоянии, спектр поглощения водородного атома должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ ($n = 2, 3, \dots$).

Этот результат подтверждается опытом.

По мере роста главного квантового числа n уровни энергии (рис. 5.1) становятся всё гуще и гуще. Следовательно, присущая квантовой механике дискретность уровней уменьшается, и характер поведения частицы приближается к классическому. В этом проявляется установленный Бором принцип соответствия, согласно которому, в пределе при больших квантовых числах следствия, вытекающие из квантовой механики, должны совпадать с результатами классической теории.

На рис. 5.2 приведены графики плотности вероятности для атома водорода в состояниях: 1) $n = 1$, $\ell = 0$; 2) $n = 2$, $\ell = 1$ и 3) $n = 3$, $\ell = 2$. Длинными вертикальными чёрточками отмечены на графиках радиусы соответствующих боровских орбит. Из рисунка видно, что эти радиусы совпада-

ют с наиболее вероятными расстояниями электрона от ядра. Из рисунка же следует, что электрон не находится на каком-то точно определённом расстоянии от ядра. Не существует и электронных «орбит»; вместо этого имеется «размытое» электронное распределение, и можно указать лишь вероятность того, что электрон находится на данном расстоянии от ядра.

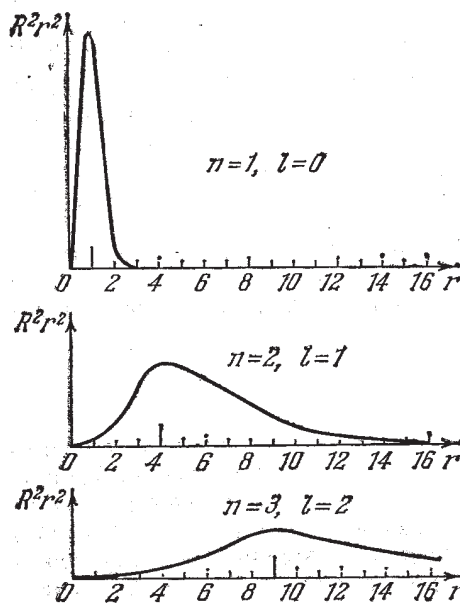


Рис. 5.2

Спин электрона. В 1921 г. О. Штерном и В. Герлахом были поставлены опыты, цель которых состояла в измерении магнитных моментов \vec{p}_m атомов различных химических элементов, в том числе атомов первой группы.

Особенность атомов первой группы состоит в том, что у них орбитальные механические (и магнитные) моменты всех электронов, кроме валентного, взаимно компенсируют друг друга, а значит, магнитный момент атома равен магнитному моменту одного электрона.

Идея опытов Штерна и Герлаха заключалась в измерении силы, действующей на атом в неоднородном магнитном поле. В этом поле на атом действует сила

$$\vec{F} = p_{mz} \cdot \frac{d\vec{B}}{dZ}, \quad (5.7)$$

где \vec{B} – индукция магнитного поля, направленного вдоль оси Z .

Результаты опытов обнаружили ошибочность классического предположения о том, что магнитный момент \vec{p}_m и механический момент импульса $\vec{\ell}$ атома произвольно ориентируются относительно направления внешнего поля, и подтвердили наличие пространственного квантования. Схема первых опытов Штерна и Герлаха изображена на рис. 5.3.

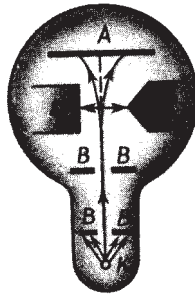


Рис. 5.3

В трубке, где был создан вакуум порядка 10^{-5} мм рт. ст., помещался источник пучка атомов – нагреваемый до высокой температуры серебряный шарик K . Атомы серебра вылетали с его поверхности со средней тепловой скоростью порядка 100 м/с, соответствующей температуре испарения серебра. Из этих атомов при помощи щелевых диафрагм D вырезался узкий пучок, проходящий через сильное неоднородное магнитное поле, направленное перпендикулярно пучку. Основная трудность опыта состояла в том, чтобы до-

стигнуть такой большой неоднородности магнитного поля, которая сказывалась бы на расстояниях порядка размеров атома. Необходимая неоднородность поля была получена в результате применения электромагнита SN с полюсными наконечниками специальной формы. Приёмником атомов серебра была фотопластинка A .

Если бы момент импульса $\vec{\ell}$ атома (и его магнитный момент \vec{p}_m) мог принимать произвольные ориентации в магнитном поле, то можно было бы ожидать непрерывного распределения попаданий атомов на пластинку с большей плотностью попаданий в середине пластинки и меньшей плотностью к её краям. Опыты, проведённые с серебром и атомами других элементов периодической системы, привели к совершенно другим результатам.

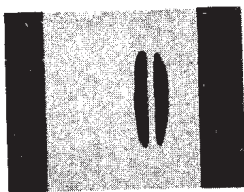


Рис. 5.4

На рис. 5.4 показана фотография результата опыта с литием. Атомы в атомном пучке находились в основном состоянии. Из рисунка видно, что на фотопластинке получились две резкие полосы — все атомы отклонялись в магнитном поле двояко, что соответствовало лишь двум возможным ориентациям магнитного момента атома во внешнем поле. Напомним, что у лития моменты импульса и магнитные моменты атомов совпадают с моментами валентного электрона.

$$\text{Если подставить} \quad L = \sqrt{\ell(\ell + 1)} \quad (5.8)$$

$$\text{в} \quad p_m = -\frac{e}{2m} L, \quad (5.9)$$

то связь величин p_m и ℓ можно записать в виде

$$p_m = \frac{e}{2m} L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{e\hbar}{2m} = \mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (5.10)$$

где $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл – магнетон Бора (единица измерения магнитных моментов в атомной физике).

Важной особенностью атомов первой группы, а значит, и лития, является то, что валентный электрон в основном состоянии атома находится в s -состоянии, а в s -состоянии $\ell = 0$. Следовательно, согласно (5.8), равен нулю момент импульса электрона и связанный с ним (5.9) магнитный момент. В связи с этим возникает серьёзный вопрос: пространственное квантование *какого* момента импульса обнаружилось в этих опытах и проекция *какого* магнитного момента равна одному магнетону Бора?

Наряду с данной трудностью в то время существовали и другие. Так, в опытах Эйнштейна и де Гааза обнаружилось аномальное значение гиромагнитного отношения $\frac{p_m}{L} = \frac{5}{m}$ для ферромагнетиков. Кроме того, исследование спектров щелочных металлов при помощи приборов с большой разрешающей силой показало, что каждая линия этих спектров является двойной (дублет). Например, характерная для натрия жёлтая линия $3p \rightarrow 3s$ состоит из двух линий с длинами волн 5890 и 5896 Å.

Структура спектра, отражающая расщепление линий на компоненты, называется *тонкой структурой*. Сложные линии, состоящие из нескольких компонент, получили название мультиплетов. Тонкая структура обнаруживается, кроме щелочных металлов, также и у других элементов.

Расщепление спектральных линий, очевидно, обусловлено расщеплением энергетических уровней. Для объясне-

ния расщепления уровней и вышеуказанных трудностей Гаудсмит и Уленбек выдвинули в 1925 г. гипотезу о том, что электрон обладает собственным моментом импульса L_s , не связанным с движением электрона в пространстве. Этот собственный момент был назван *спином*.

Первоначально предполагалось, что спин обусловлен вращением электрона – заряженного шарика – вокруг своей оси. Согласно этим представлениям, электрон уподоблялся волчку или веретену. Отсюда происходит и сам термин: по-английски *spin* означает «верчение». Однако скоро от подобных модельных представлений пришлось отказаться по следующей причине. Как показал расчёт, чтобы иметь тот спиновый магнитный момент, который электрон обнаруживает в опытах, ему необходимо вращаться со скоростью примерно в 200 раз большей, чем скорость света, а это противоречит теории относительности.

Таким образом, представление об электроне как о вращающемся шарике оказалось несостоятельным. Спин следует считать внутренним свойством, присущим электрону, подобно тому как ему присущи заряд и масса.

Предположение о спине электрона было подтверждено большим количеством опытных фактов и должно считаться совершенно доказанным. Оказалось также, что наличие спина и все его свойства автоматически вытекают из установленного Дираком уравнения квантовой механики, удовлетворяющего требованиям теории относительности. Таким образом, выяснилось, что спин электрона является свойством одновременно квантовым и релятивистским. Спином обладают также протоны, нейтроны, фотоны и другие элементарные частицы (кроме мезонов).

Величина собственного момента импульса электрона определяется так называемым *спиновым квантовым числом*

s , равным $\frac{1}{2}$:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{3}. \quad (5.11)$$

Проекция спина на заданное направление может принимать квантованные значения, отличающиеся друг от друга на \hbar :

$$L_{sz} = m_s \hbar \left(m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2} \right). \quad (5.12)$$

Чтобы найти значение собственного магнитного момента электрона p_s , умножим L_s на отношение $\frac{p_s}{L_s} = -\frac{5}{mc}$:

$$p_s = -\frac{5}{mc} L_s = -\frac{5\hbar}{mc} \sqrt{s(s+1)} = -2\mu_B \sqrt{3}. \quad (5.13)$$

Знак минус указывает на то, что механический L_s и магнитный p_s моменты электрона направлены в противоположные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может иметь следующие значения:

$$p_{sz} = -\frac{5}{mc} L_{sz} = -\frac{5}{mc} \hbar m_s = -\frac{5\hbar}{mc} \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \mp \mu_B \quad (5.14)$$

(минус получается, если $m_s = +\frac{1}{2}$, плюс – если $m_s = -\frac{1}{2}$).

Таким образом, проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения $+\frac{1}{2}\hbar$ и $-\frac{1}{2}\hbar$, а собственного магнитного момента – значения $+\mu$ и $-\mu$.

Принято говорить, что собственный механический момент (спин) электрона равен половине (подразумевается: в единицах \hbar), а собственный магнитный момент равен одному магнетону Бора.

Рассмотрим теперь на примере атома натрия, как существование спина электрона может объяснить мультиплетную структуру спектра. Напомним: момент атома натрия равен моменту валентного электрона. Момент же электрона будет складываться из двух моментов: орбитального L , обусловленного движением электрона в атоме, и спинowego L_s , не связанного с движением электрона в пространстве. Результирующая этих двух моментов даёт полный момент импульса валентного электрона. Сложение орбитального и спинowego моментов осуществляется по правилам квантовой механики. Величина полного момента α_j определяется квантовым числом j :

$$L_j = \hbar \sqrt{j(j+1)},$$

j может иметь значения

$$j = \ell + s, \quad |\ell - s|,$$

где ℓ и s соответственно азимутальное и спинговое квантовые числа. При $\ell = 0$ j имеет одно значение $j = s = \frac{1}{2}$. При ℓ , отличном от нуля, возможны два значения: $j = \ell + \frac{1}{2}$ и $j = \ell - \frac{1}{2}$, которые соответствуют двум возможным взаимным ориентациям моментов L и L_s . Теперь учтём, что с механическими моментами связаны магнитные моменты, которые взаимодействуют друг с другом подобно тому, как взаимодействуют два тока или две магнитные стрелки. Энергия этого спинорбитального взаимодействия зависит от взаимной ориентации орбитального и спинowego моментов. Следовательно, состояния с различным j должны обладать различной энергией.

Таким образом, каждый терм (терм – это числа, разность которых определяет частоту линии спектра) ряда $p(\ell = 1)$

расщепляется на два, соответствующих $j = \frac{1}{2}$ и $j = \frac{3}{2}$; каждый терм ряда $D (\ell = 2)$ расщепляется на термы с $j = \frac{3}{2}$ и $j = \frac{5}{2}$ и т.д.

Итак, каждый ряд термов, кроме S , распадается на два ряда – структура термов оказывается дублетной (двойной). Термы принято обозначать символами:

$$^2S_{\frac{1}{2}}, ^2P_{\frac{1}{2}}, ^2P_{\frac{3}{2}}, ^2D_{\frac{3}{2}}, ^2D_{\frac{5}{2}} \dots$$

Правый нижний индекс даёт значение j . Верхний левый индекс указывает мультиплетность термов.

С учётом тонкой структуры схема энергетических уровней выглядит более сложной (мы её не приводим).

Для квантового числа полного момента импульса атома имеется правило отбора

$$\Delta j = 0, \pm 1. \quad (5.15)$$

В связи с существованием спина электрона естественно возникает вопрос о том, что и у водородного атома уровни с $\ell > 0$ должны быть двойными, а спектральные линии – дублетными. Тонкая структура водородного спектра действительно была обнаружена экспериментально.

Обусловленное спином расщепление энергетических уровней является релятивистским эффектом. Релятивистская квантовая теория даёт для расстояния между уровнями тонкой структуры водородного атома значение

$$\Delta E = \frac{\alpha^2}{16} E_i, \quad (5.16)$$

где E_i – энергия ионизации водородного атома,

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137} \text{ – «постоянная» тонкой структуры.}$$

Из (5.16) следует, что расстояние между уровнями тонкой структуры примерно в 10^5 раз меньше, чем расстояние между основными уровнями. «Постоянная» тонкой структуры принадлежит к числу фундаментальных констант природы. Она определяет, как сильно электрон связан с электромагнитным полем.

В выражение для α масса электрона не входит. Следовательно, α является константой связи с электромагнитным полем любой элементарной частицы, имеющей заряд e .

6. ПРИНЦИП ПАУЛИ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ УРОВНЯМ АТОМА.

В связи с введением спина состояние каждого электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами:

главным n ($n = 1, 2, 3, \dots$),

азимутальным ℓ ($\ell = 0, 1, 2, \dots, n - 1$),

магнитным m ($m = -\ell, \dots, -1, 0, +1, \dots, +\ell$),

спиновым m_s $\left(m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Энергия состояния (исключая водород) зависит в основном от чисел n и ℓ . Кроме того, имеется слабая зависимость энергии от чисел m и m_s , поскольку их значения связаны с взаимной ориентацией моментов \vec{L} и \vec{L}_s , от которой зависит величина взаимодействия между орбитальным и собственным магнитными моментами электрона. Энергия состояния сильнее возрастает с увеличением числа n , чем с увеличением ℓ . Поэтому, как правило, состояние с бóльшим n обладает, независимо от значения ℓ , большей энергией.

В нормальном (невозбуждённом) состоянии атома электроны должны располагаться на самых низких доступных для них энергетических уровнях. Поэтому, казалось бы, в любом атоме в нормальном состоянии все электроны должны находиться в состоянии $1s (n=1, \ell=0)$. Однако опыт показывает, что это не так.

Объяснение наблюдаемых типов спектров дал принцип Паули. Он справедлив не только для электронов, но и для других частиц с полуцелым спином. В своей простейшей формулировке принцип Паули гласит: *в одном и том же атоме (или в какой-либо квантовой системе) не может быть двух электронов, обладающих одинаковой совокупностью четырёх квантовых чисел: n, ℓ, m, m_s .*

Иными словами, в одном и том же состоянии не могут находиться одновременно два электрона.

Ранее было показано, что данному n соответствует n^2 состояний, отличающихся значениями ℓ и m . Квантовое число m_s может принимать два значения: $\pm \frac{1}{2}$. Поэтому в состояниях с данным значением n могут находиться в атоме не более $2n^2$ электронов:

- $n = 1$ могут иметь 2 электрона,
- $n = 2$ могут иметь 8 электронов,
- $n = 3$ могут иметь 18 электронов,
- $n = 4$ могут иметь 32 электрона,
- $n = 5$ могут иметь 50 электронов.

Совокупность электронов, имеющих одинаковые значения квантового числа n , образуют оболочку. Оболочки подразделяются на подоболочки, отличающиеся значением квантового числа ℓ . В соответствии с значением n оболочкам дают обозначения, заимствованные из спектроскопии рентгеновских лучей:

Значение n 1 2 3 4 5 6 ...

Обозначение оболочки K L M N O P ...

Подразделение возможных состояний электрона в атоме на оболочки и подоболочки показано в табл. 1, в которой вместо обозначений $m_s = \pm \frac{1}{2}$ применены для наглядности символы: $\uparrow\downarrow$.

Таблица 1

Заполнение оболочек K, L, M, N в атомах

Оболочка	n	ℓ	B_ℓ	m_s	Подоболочка	Оболочка	n	ℓ	m_ℓ	m_s	Подоболочка
K	1	0	0	$\uparrow\downarrow$	$K(1s)$	N	4	0	0	$\uparrow\downarrow$	$N_1(4s)$
L	2	0	0	$\uparrow\downarrow$	$L_1(2s)$			1	-1 0 +1	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$N_2(4s)$
		1	-1 0 +1	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$L_2(2p)$						
M	3	0	0	$\uparrow\downarrow$	$M_1(3s)$			2	-2 -1 0 +1 +2	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$N_3(4d)$
		1	-1 0 +1	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$M_2(3p)$						
	3	-2 -1 0 +1 +2	$\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow$	$M_3(3d)$							

Для полностью заполненной подоболочки характерно равенство нулю суммарного орбитального и суммарного спинового моментов. Следовательно, момент импульса такой подоболочки равен нулю. Таким образом, при определении L и s атома заполненные подоболочки можно не принимать во внимание.

Периодическая система элементов Менделеева. Принцип Паули даёт объяснение периодической повторяемости свойств атомов. Проследим построение периодической системы Менделеева. Начнём с атома водорода, имеющего один электрон. Каждый последующий атом будем получать, увеличивая заряд ядра предыдущего атома на единицу и добавляя один электрон, который будем помещать в доступное ему согласно принципу Паули состояние с наименьшей энергией.

Таблица 2

Распределение электронов в оболочках и подоболочках

Элемент	K		L		M			N		Основной терм
	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1 H	1	-	-	-	-	-	-	-	$^2S_{1/2}$	
2 He	2	-	-	-	-	-	-	-	1S_0	
3 Li	2	1	-	-	-	-	-	-	$^2S_{1/2}$	
4 Be	2	2	-	-	-	-	-	-	1S_0	
5 B	2	2	1	-	-	-	-	-	$^2P_{1/2}$	
6 C	2	2	2	-	-	-	-	-	3P_0	
7 N	2	2	3	-	-	-	-	-	$^4S_{3/2}$	
8 O	2	2	4	-	-	-	-	-	3P_2	
9 F	2	2	5	-	-	-	-	-	$^2P_{3/2}$	
10 Ne	2	2	6	-	-	-	-	-	1S_0	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11 Na	2	8		1	-	-	-	-	$^2S_{1/2}$
12 Mg	2	8		2	-	-	-	-	1S_0
13 Al	2	8		2	1	-	-	-	$^2P_{1/2}$
14 Si	2	8		2	2	-	-	-	3P_0
15 P	2	8		2	3	-	-	-	$^4S_{3/2}$
16 S	2	8		2	4	-	-	-	3P_2
17 Cl	2	8		2	5	-	-	-	$^2P_{3/2}$
18 Ar	2	8		2	6	-	-	-	1S_0
19 K	2	8		8		-	1	-	$^2S_{1/2}$
20 Ca	2	8		8		-	2	-	1S_0
21 Sc	2	8		8		1	2	-	$^2D_{3/2}$
22 Ti	2	8		8		2	2	-	3F_2
23 V	2	8		8		3	2	-	$^4F_{3/2}$
24 Cr	2	8		8		5	1	-	7S_3
25 Mn	2	8		8		5	2	-	$^6S_{5/2}$
26 Fe	2	8		8		6	2	-	5D_4
27 Co	2	8		8		7	2	-	$^4F_{9/2}$
28 Ni	2	8		8		8	2	-	3F_4
29 Cu	2	8		8		10	1	-	$^2S_{1/2}$
30 Zn	2	8		8		10	2	-	1S_0
31 Ga	2	8		8		10	2	1	$^2P_{1/2}$
32 Ge	2	8		8		10	2	2	3P_0
33 As	2	8		8		10	2	3	$^4S_{3/2}$
34 Se	2	8		8		10	2	4	3P_2
35 Br	2	8		8		10	2	5	$^3P_{3/2}$
36 Kr	2	8		8		10	2	6	1S_0

В атоме водорода имеется в основном состоянии один $1s$ -электрон с произвольной ориентацией спина.

Если заряд атома водорода увеличить на единицу и добавить ещё один электрон, то получится атом гелия. Оба электрона в этом атоме могут находиться в K -оболочке, но с антипараллельной ориентацией спинов. Электронная конфигурация атома может быть записана как $1s^2$. На атоме гелия заканчивается заполнение K -оболочки, что соответствует завершению I периода периодической системы элементов Менделеева.

Третий электрон атома Li ($Z = 3$), согласно принципу Паули, уже не может разместиться в целиком заполненной K -оболочке и занимает наинизшее энергетическое состояние с $n = 2$ (L -оболочка), т.е. $2s$ -состояние. Электронная конфигурация для атома Li : $1s^2 2s$. Атомом Li начинается II период периодической системы элементов. Четвёртым электроном Be ($Z = 4$) заканчивается заполнение подоболочки $2s$. У следующих шести элементов от B ($Z = 5$) до Ne ($Z = 10$) идёт заполнение подоболочки $2p$. Заканчивается II период периодической системы Ne — инертным газом, для которого подоболочка $2p$ целиком заполнена.

Одиннадцатый электрон Na ($Z = 11$) размещается в M -оболочке ($n = 3$), занимая наинизшее состояние $3s$. Электронная конфигурация имеет вид $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. $3s$ -электрон (как и $2s$ -электрон Li) является валентным электроном, поэтому оптические свойства Na подобны свойствам Li . С $Z = 12$ идёт последовательное заполнение M -оболочки. Ar ($Z = 18$) оказывается подобным He и Ne ; в его наружной оболочке все s - и p -состояния заполнены. Ar является химически инертным и завершает III период периодической системы.

Девятнадцатый электрон К ($Z = 19$) должен был бы занять $3d$ состояние в M -оболочке. Однако и в оптическом, и в химическом отношениях атом К схож с атомами Li и Na, которые имеют внешний валентный электрон в s -состоянии. Поэтому 19-й валентный электрон К должен также находиться в s -состоянии, но это может быть только s -состояние новой оболочки (N -оболочки), т.е. заполнение N -оболочки для К начинается при незаполненной M -оболочке, что возможно только в том случае, если состояние $n = 4, \ell = 0$ имеет меньшую энергию, чем состояние $n = 3, \ell = 2$. Такое аномальное соотношение между энергиями состояний является следствием взаимодействия электронов между собой.

Известно, что электроны в состояниях с большим моментом импульса находятся в среднем дальше от ядра, чем электроны в состояниях с малым моментом импульса. На удалённые от ядра электроны действует заряд, несколько меньший заряда $+Ze$, так как внутренние электроны с малым моментом импульса частично экранируют ядро. Поэтому на внешние электроны действует меньшая сила притяжения, и они слабее связаны в атоме. Для состояний с $n = 3$ (и более высоких) этот экранирующий эффект вызывает значительные изменения в энергиях атомных состояний. Энергия $4s$ -состояния действительно оказывается ниже энергии $3d$ -состояния. Как показывают расчёты, подкреплённые экспериментами, порядок заполнения электронных оболочек таков:

$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 5f, 6d$.

В соответствии с этой схемой 20-й электрон Са также находится в $4s$ -состоянии N -оболочки. В последующих элементах происходит заполнение M -оболочки (от Sc ($Z = 21$) до Zn ($Z = 30$)). Далее N -оболочка заполняется до Kr ($Z = 36$), у которого опять-таки, как и в случае Ne и Ar, s - и p -состояния

наружной оболочки заполнены целиком. Криптоном заканчивается IV период периодической системы. По приведённой схеме заполнения электронных оболочек строятся и другие периоды.

Отметим важную особенность. Каждую из двух групп элементов – лантаниды (от лантана ($Z = 57$) до лютеция ($Z = 71$) и актиниды (от актиния ($Z = 89$) до лоуренсия ($Z = 103$)) – приходится помещать в одну клетку таблицы, так как химические свойства элементов в пределах этих групп очень близки. Это объясняется тем, что для лантанидов заполнение подоболочки $4f$, которая может содержать 14 электронов, начинается лишь после того, как целиком заполнятся подоболочки $5s$, $5p$, и $6s$. Поэтому для этих элементов внешняя P -оболочка ($6s^2$) оказывается одинаковой. Аналогично одинаковой для актинидов является Q -оболочка ($7s^2$). Таким образом, открытая Менделеевым периодичность в химических свойствах элементов объясняется повторяемостью в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов.

Сочетание принципа Паули и эффекта экранирования заряда ядра внутренними электронами полностью объясняет структуру электронных оболочек атомов.

7. РЕНТГЕНОВСКИЕ СПЕКТРЫ

В исследованиях строения электронных оболочек сложных атомов, при изучении строения молекул и особенно кристаллических решёток твёрдых тел большую роль сыграло излучение, открытое в 1895 г. Рентгеном и названное в его честь рентгеновским. Рентгеновское излучение возникает при торможении веществом быстрых электронов в результате преобразования кинетической энергии этих электронов в энергию электромагнитного излучения с длиной волны в диапазоне от $0,01\text{\AA}$ до 800\AA .

Таким образом, рентгеновское излучение представляет собой весьма короткие электромагнитные волны, волновая природа которого полностью доказана в опытах по дифракции. Самым распространённым источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка. Она состоит из вакуумированного стеклянного или металлического корпуса, в котором на определённом расстоянии друг от друга находятся катод и анод, включённые в цепь высокого напряжения. Катод служит источником электронов, анод (антикатод) – источником рентгеновского излучения. Между катодом и анодом создаётся электрическое поле, разгоняющее электроны до энергий $10^4 - 10^5$ эВ. В современных ускорителях (бетатронах, синхротронах) рентгеновское излучение возникает при торможении электронов с энергиями порядка 100 МэВ и более.

Исследования спектрального состава рентгеновского излучения показывают, что его спектр имеет сложную структуру (рис. 6.1) и зависит как от энергии электронов, так и от материала анода. Спектр представляет собой наложение сплошного спектра, ограниченного со стороны коротких длин волн некоторой границей λ_{\min} , и линейчатого спектра – совокупности отдельных линий, появляющихся на фоне сплошного спектра.

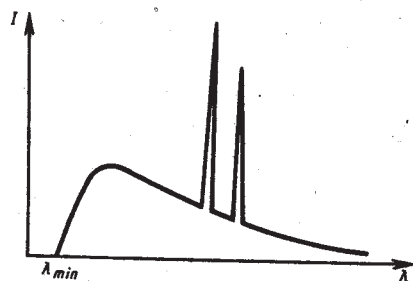


Рис. 6.1

Характер сплошного спектра совершенно не зависит от материала анода, а определяется только энергией бомбардирующих анод электронов. Детальное исследование свойств этого излучения показало, что оно испускается бомбардирующими анод электронами в результате их торможения при взаимодействии с атомами мишени. Поэтому сплошной рентгеновский спектр называют *тормозным*. Этот вывод находится в согласии с классической теорией излучения. Однако из этой теории не следует наличие коротковолновой границы сплошного спектра.

Из опытов следует, что чем больше кинетическая энергия электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение, тем меньше λ_{\min} . Это обстоятельство, а также наличие самой границы объясняется квантовой теорией. Очевидно, что предельная энергия кванта соответствует такому случаю торможения, при котором вся кинетическая энергия электрона переходит в энергию кванта, т. е.

$$E_{\max} = h\nu_{\max} = eU,$$

где U – разность потенциалов, за счёт которой электрону сообщается энергия E_{\max} ;

ν_{\max} – частота, соответствующая границе сплошного спектра.

Отсюда граничная длина волны

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU} = \frac{ch}{E_{\max}}, \quad (6.1)$$

что соответствует экспериментальным данным. Измеряя границу рентгеновского сплошного спектра, можно по формуле (6.1) определить значение постоянной Планка.

При достаточно большой энергии бомбардирующих анод электронов на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии (рис.6.1) – линейчатый спектр, определяемый материалом анода и называемый *характеристическим рентгеновским спектром*.

По сравнению с оптическими спектрами характеристические рентгеновские спектры элементов совершенно однотипны и состоят из нескольких серий, обозначаемых *K, L, M, N* и *O*. Каждая серия, в свою очередь, содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами $\alpha, \beta, \gamma, \dots (K_{\alpha}, K_{\beta}, K_{\gamma}, \dots, L_{\alpha}, L_{\beta}, L_{\gamma}, \dots)$. При переходе от лёгких элементов к тяжёлым структура характеристического спектра не изменяется, лишь весь спектр смещается в сторону коротких волн. Особенность этих спектров состоит в том, что атомы каждого химического элемента, независимо от того, находятся ли они в свободном состоянии или входят в состав химического соединения, обладают определённым, присущим только данному элементу характеристическим рентгеновским спектром.

Рассмотрение структуры и особенностей этих спектров приводит к выводу, что их возникновение связано с процессами, происходящими во внутренних, застроенных электронных оболочках атомов, которые имеют сходное строение.

Рассмотрим механизм возникновения рентгеновских серий, который схематически показан на рис. 6.2.

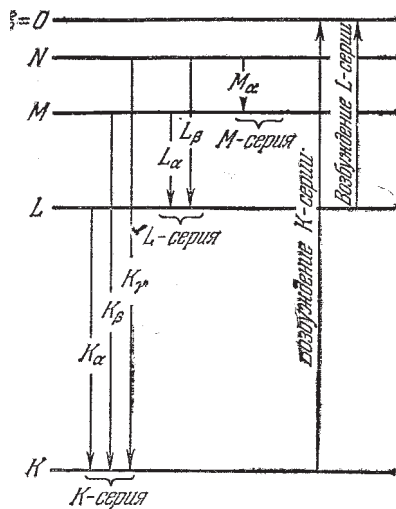


Рис. 6.2

Предположим, что под влиянием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона вырывается один из двух электронов K -оболочки атома. Тогда на его место может перейти электрон с более удалённых от ядра оболочек L , M , N ,... Такие переходы сопровождаются испусканием рентгеновских квантов и возникновением спектральных линий K -серии: K_α ($L \rightarrow K$), K_β ($M \rightarrow K$) и т.д. Самой длинноволновой линией K -серии является линия K_α . Частоты линий возрастают в ряду $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$, поскольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на K -оболочку с более удалённых оболочек, увеличивается. Наоборот интенсивности линий в ряду $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$ убывают, так как вероятность переходов электронов с L -оболочки на K -оболочку больше, чем с более удалённых оболочек M и N . K -серия обязательно сопровождается другими сериями, так как при испускании её линий появляются вакансии в оболочках L , M ,..., которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях.

Аналогично возникают и другие серии.

Мозли в 1913 г. установил закон, связывающий частоты линий рентгеновского спектра с атомным номером Z испускающего их элемента. Обычно этот закон выражают формулой

$$\sqrt{\omega} = c(Z - \sigma) \quad (6.2)$$

(c и σ – константы) и формулируют следующим образом:

корень квадратный из частоты является линейной функцией атомного номера Z .

Смысл константы σ легко понять: электроны, совершающие переходы при испускании рентгеновского излучения, находятся под воздействием ядра, притяжение которого несколько ослаблено действием остальных окружающих его электронов. Это так называемое экранизирующее действие, находящее своё выражение в необходимости вычесть из Z некоторую величину σ .

Закон Мозли позволяет по измеряемой длине волны рентгеновских линий точно установить атомный номер данного элемента; он сыграл большую роль при размещении элементов в периодической системе.

8. МОЛЕКУЛЫ И ИХ СПЕКТРЫ

Молекулой называется наименьшая частица однородного вещества, обладающая его основными химическими свойствами. Молекулы состоят из одинаковых или различных атомов, соединённых между собой межатомными химическими связями.

Чтобы понять причины, по которым электрически нейтральные атомы могут образовать устойчивую молекулу, ограничимся рассмотрением простейших двухатомных молекул, состоящих из двух одинаковых или различных атомов. Силы межатомного взаимодействия возникают между внешними валентными электронами атомов. Об этом говорит резкое изменение оптического спектра атомов при вступлении их в химические соединения. Наоборот, рентгеновские характеристические спектры, зависящие от внутренних, глубинных электронов атомов, при вступлении атомов в химические соединения не изменяются.

Какой бы ни была природа тех сил, которые объединяют атомы в молекулу, можно высказать некоторые общие соображения о характере этих сил. Если атомы находятся на большом расстоянии друг от друга, то они не взаимодействуют между собой. При сближении атомов возрастают силы взаимного притяжения. На малых расстояниях, сравнимых (и меньших) с линейными размерами атомов, проявляют себя силы взаимного отталкивания, которые не позволяют электронам одного атома слишком глубоко проникать внутрь электронных оболочек другого атома.

Силы притяжения и отталкивания по-разному зависят от расстояния r между атомами. Силы отталкивания быстрее изменяются при изменении r , являются более «короткодействующими», чем силы притяжения. При увеличении расстояния r между атомами силы отталкивания убывают быстрее, чем силы притяжения. Одновременное действие

противоположно направленных сил – притяжения и отталкивания – приводит к тому, что на некотором расстоянии r_0 между атомами обе силы уравниваются друг друга и их геометрическая сумма становится равной нулю. Этому расстоянию соответствует наименьшая потенциальная энергия $U(r)$ двухатомной молекулы. На рис. 7.1а приведены три кривые: сила притяжения (кривая 1), сила отталкивания (кривая 2) и результирующая сила взаимодействия (кривая 3) атомов в двухатомной молекуле в зависимости от расстояния r между атомами. Силы отталкивания считаются положительными. На рис. 7.1б приведена кривая зависимости от r потенциальной энергии U взаимодействия атомов в двухатомной молекуле.

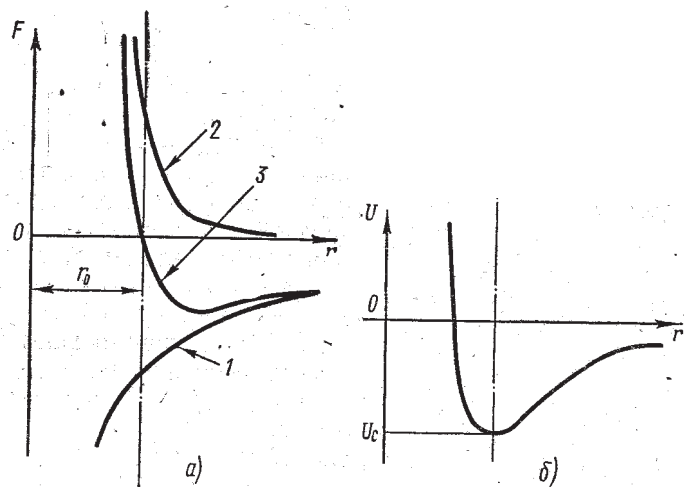


Рис. 7.1

Равновесное межатомное расстояние r_0 в молекуле называется *длиной связи*. Величина U_c называется *энергией диссоциации* молекулы, или *энергией связи*. Она численно равна работе, которую надо совершать для того, чтобы разорвать химические связи атомов в молекуле и удалить атомы друг от друга за пределы действия межатомных сил.

Наиболее часто в молекулах встречаются два типа связи: ионная и ковалентная.

Ионная связь (например, в молекулах NaCl , KBr) осуществляется электростатическим взаимодействием атомов при переходе электрона одного атома к другому, т.е. при образовании положительного и отрицательного ионов.

Ковалентная связь (например, в молекулах H_2 , C_2 , CO) осуществляется при обобществлении валентных электронов двумя соседними атомами (спины валентных электронов должны быть антипараллельны). Ковалентная связь объясняется на основе принципа неразличимости тождественных частиц, например, электронов в молекуле водорода. Неразличимость частиц приводит к специфическому взаимодействию между ними, называемому *обменным взаимодействием*. Это чисто квантовый эффект, не имеющий классического объяснения, но его можно представить себе так, что электрон каждого из атомов молекулы водорода проводит некоторое время у ядра другого атома. При этом оба электрона большую часть времени проводят в пространстве между ядрами. В результате их отрицательный заряд стягивает ядра, образуя молекулу водорода.

Более подробно ионная и ковалентная связь изложены в [12].

Молекула является квантовой системой; она описывается уравнением Шредингера, учитывающим движение электронов в молекуле, колебания атомов молекулы, вращение молекулы.

Соответственно энергия изолированной молекулы может быть представлена суммой

$$E \approx E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вращ}}, \quad (7.1)$$

где $E_{\text{эл}}$ – энергия движения электронов относительно ядер;

$E_{\text{кол}}$ – энергия колебания ядер;

$E_{\text{вращ}}$ – энергия вращения ядер.

Из теории и эксперимента $E_{эл} \approx 1 \div 10$ эВ, $E_{кол} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$ эВ, $E_{вращ} \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ эВ. Отсюда $E_{эл} \gg E_{кол} \gg E_{вращ}$.

Каждая из входящих в выражение (7.1) энергий квантуется и определяется квантовыми числами. При переходе из одного энергетического состояния в другое поглощается или испускается энергия $\Delta E = h\nu$. При таких переходах одновременно изменяются энергия движения электронов, энергия колебаний и вращения. Из теории и эксперимента следует, что расстояния между вращательными уровнями энергии $\Delta E_{вращ}$ гораздо меньше расстояний между колебательными уровнями энергии $\Delta E_{кол}$, которые, в свою очередь, меньше расстояний между электронными уровнями $\Delta E_{эл}$.

Структура энергетических уровней молекул определяет их спектры.

Молекулярные спектры при наблюдении в прибор средней разрешающей силы представляются состоящими из полос. В соответствии с этим спектры молекул носят название полосатых. В зависимости от того, изменение каких видов энергии (электронной, колебательной или вращательной) обуславливает испускание молекулой фотона, различают три вида полос: 1) вращательные; 2) колебательно-вращательные и 3) электронно-колебательные.

Мы ограничимся рассмотрением вращательных и колебательно-вращательных спектров двухатомных молекул.

Начнём с вращательных спектров. Энергия молекулы, имеющей момент инерции J и вращающейся с угловой скоростью ω , равна

$$E_{вращ} = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{J^2\omega^2}{2J} = \frac{L^2}{2J},$$

где $L = J\omega$ – момент импульса молекулы.

Как известно, момент импульса может принимать лишь дискретные значения:

$$L = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad (j = 0, 1, 2, \dots)$$

(j – квантовое число момента импульса). Следовательно, вращательная энергия молекулы может иметь только квантованные значения:

$$E_{\text{вращ}} = \frac{\hbar^2 j(j+1)}{2J}, \quad (7.2)$$

где J – момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через её центр инерции;

j – вращательное квантовое число, принимающее значения 0, 1, 2 и т.д.

Для вращательного квантового числа имеется правило отбора

$$\Delta j = \pm 1. \quad (7.3)$$

Поэтому частоты линий, испускаемых при переходах между вращательными уровнями, могут иметь значения:

$$\omega = \frac{\Delta E_{\text{вращ}}}{\hbar} = B[(j+1)(j+2) - j(j+1)] = 2B(j+1) = \omega(j+1),$$

где j – квантовое число уровня, на который совершается переход (оно может иметь значения: 0, 1, 2, ...), а

$$B = \frac{\hbar}{2J}. \quad (7.4)$$

На рис 7.2 а показана схема возникновения вращательной полосы. Вращательный спектр состоит из ряда равноотстоящих линий, расположенных в очень далёкой инфракрасной области. Измерив расстояние между линиями $\Delta\omega = \omega_1$, можно определить константу (7.4) и найти момент инерции молекулы. Затем, зная массы ядер, можно вычислить равновесное расстояние между ними R_0 в двухатомной молекуле. Например, для молекулы HCl $J = 2,71 \cdot 10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$, что соответствует $R_0 = 1,29 \text{ \AA}$.

Теперь рассмотрим колебательно-вращательные полосы. Можно полагать, что ядра колеблются как квантовый гармонический осциллятор. Его энергия определяется выражением

$$E_{\text{кол}} = \left(\nu + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots), \quad (7.5)$$

где ν – колебательное квантовое число;

ω – классическая частота осциллятора.

Для колебательного квантового числа имеется правило отбора

$$\Delta \nu = \pm 1. \quad (7.6)$$

Кривая потенциальной энергии молекулы (рис.7.1б) совпадает с параболой только при малых колебаниях. Анггармоничность (отклонения от гармоничности), наступающая при увеличении интенсивности колебаний, приводит к тому, что с увеличением квантового числа ν уровни сгущаются, имея своим пределом энергию E_0 диссоциированной молекулы. Однако при небольших значениях ν можно с достаточной степенью точности считать, что колебательная энергия молекулы определяется формулой (7.5).

При излучении фотонов колебательно-вращательной полосы изменяются также колебательная и вращательная энергии молекулы. С учётом этого энергия излучаемого фотона будет равна

$$\begin{aligned} \hbar \omega &= \Delta E_{\text{кол}} + \Delta E_{\text{вращ}} = \\ &= \left(\nu' + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega - \left(\nu'' + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega + \frac{\hbar^2 j' (j' + 1)}{2J} - \frac{\hbar^2 j'' (j'' + 1)}{2J}. \end{aligned}$$

Поскольку $\Delta E_{\text{кол}} \gg \Delta E_{\text{вращ}}$, испускание фотона может наблюдаться не только при $j' > j''$, но и при $j' < j''$. В случае $j' > j''$ частоты фотонов определяются формулой

$$\omega = \omega_v + B[(j+1)(j+2) - j(j+1)] = \omega_v + 2B(j+1) = \omega_v + 2Bk$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots),$$

где j – вращательное квантовое число нижнего уровня, которое может принимать значения: $0, 1, 2, \dots$; $B = \frac{\hbar}{2J}$.

Если $j' < j''$, формула для частоты фотонов имеет вид

$$\omega = \omega_v + B[(j-1)j - j(j+1)] = \omega_v - 2Bk \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где j – вращательное квантовое число нижнего уровня.

Оба случая можно описать одной формулой:

$$\omega = \omega_v \pm 2Bk = \omega_v \pm \omega_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

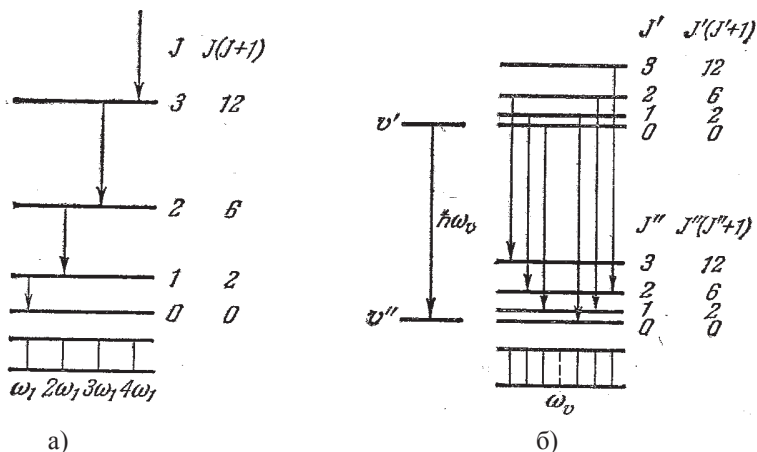


Рис. 7.2

Совокупность линий с частотами, определяемыми этой формулой, называется колебательно-вращательной полосой. Область, в которой располагаются колебательно-вращательные полосы, простирается от 8000 до 50000 Å.

В полном соответствии с теорией вращательные и колебательно-вращательные спектры наблюдаются только для несимметричных двухатомных молекул.

Комбинационное рассеяние света. В 1928 г. группой учёных было открыто явление, заключающееся в том, что в спектре рассеяния, возникающем при прохождении света через газы, жидкости или прозрачные кристаллические тела, помимо несмещённой линии, содержатся новые линии, частоты которых ω представляют собой комбинацию частоты падающего света ω_0 и частот ω_i колебательных или вращательных переходов рассеивающих молекул:

$$\omega = \omega_0 \pm \omega_i. \quad (7.7)$$

Это явление получило название комбинационного рассеяния света, а новые линии стали называть спутниками. Каждому «красному» спутнику (т.е. спутнику, смещённому в сторону больших длин волн) с частотой $\omega_0 - \omega_i$ соответствует «фиолетовый» спутник с частотой $\omega_0 + \omega_i$. При обычных температурах интенсивность фиолетовых спутников значительно меньше, чем красных. С повышением температуры интенсивность фиолетовых спутников быстро растёт.

Это явление легко объясняется в квантовой теории. Согласно её представлениям, процесс рассеяния света можно рассматривать как неупругое соударение фотонов с молекулами. При соударении фотон может отдать молекуле или получить от неё только такие количества энергии, которые равны разностям двух её энергетических уровней. Если при столкновении с фотоном молекула переходит в состояние с большей энергией, то энергия фотона после рассеяния станет равной $\hbar\omega_0 - \Delta E$, где ΔE – энергия, переданная фотоном молекуле. Соответственно частота фотона уменьшится и возникнет красный спутник. Если перед столкновением с фотоном молекула находилась в возбуждённом состоянии (с бóльшей энергией), то она может при столкновении с фотоном перейти в состояние с меньшей энергией, отдав избыток энергии ΔE фотону. В результате энергия фотона станет равной $\hbar\omega_0 + \Delta E$ и возникает фиолетовый спутник.

Рассеяние фотона $\hbar\omega_0$ может сопровождаться переходами молекулы между различными вращательными или колебательными уровнями. В итоге возникает ряд симметрично расположенных спутников.

При обычных температурах число молекул, находящихся в основном состоянии, намного превосходит число молекул, находящихся в возбуждённых состояниях. Поэтому столкновения, сопровождающиеся уменьшением энергии молекулы, происходят гораздо реже, чем переходы, сопровождающиеся увеличением энергии. Этим объясняется малая интенсивность фиолетовых спутников по сравнению с красными. При повышении температуры число возбуждённых молекул быстро растёт, что приводит к увеличению интенсивности фиолетовых спутников.

Исследование комбинационного рассеяния даёт много сведений о строении молекул. С помощью этого метода определяются собственные частоты колебаний молекулы; он позволяет также судить о характере симметрии молекулы. Спектры комбинационного рассеяния настолько характерны для молекул, что с их помощью осуществляют анализ сложных молекулярных смесей, особенно органических молекул, анализ которых химическими методами весьма затруднён или даже невозможен.

9. ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. ЛАЗЕРЫ. НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

До сих пор мы рассматривали только два вида переходов атомов между энергетическими уровнями – спонтанные (самопроизвольные) переходы с более высоких на более низкие уровни и происходящие под действием излучения (вынужденные) переходы с более низких на более высокие уровни. Переходы первого вида приводят к спонтанному испусканию атомами фотонов, переходы второго вида обуславливают поглощение излучения веществом.

Эйнштейн обратил внимание на то, что двух указанных видов переходов недостаточно для объяснения существования состояний равновесия между излучением и веществом. Действительно, вероятность спонтанных переходов определяется лишь внутренними свойствами атомов и, следовательно, не может зависеть от интенсивности падающего излучения, в то время как вероятность «поглощательных» переходов зависит как от свойств атомов, так и от интенсивности падающего излучения. Для возможности установления равновесия при произвольной интенсивности падающего излучения необходимо существование «испускательных» переходов, вероятность которых возрастала бы с увеличением интенсивности излучения, т.е. «испускательных» переходов, вызываемых излучением. Возникающее в результате таких переходов излучение называется *вынужденным* или *индуцированным*.

Исходя из термодинамических представлений, Эйнштейн показал, что вероятность вынужденных переходов, сопровождающихся излучением, должна быть равна вероятности вынужденных переходов, сопровождающихся поглощением света. Таким образом, вынужденные переходы могут с равной вероятностью происходить как в одном, так и в другом направлении.

Вынужденное излучение обладает весьма важными свойствами. Направление его распространения в точности совпадает с направлением распространения вынуждающего излучения, т.е. внешнего излучения, вызвавшего переход. То же самое относится к частоте, фазе и поляризации вынужденного и вынуждающего излучений. Следовательно, вынужденное и вынуждающее излучения оказываются строго когерентными. Эта особенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, называемых *лазерами*.

Лазеры. Впервые в 1939 г. В. А. Фабрикант указал на возможность получения сред, в которых свет будет усиливаться за счёт вынужденного излучения. Работающий на этом принципе прибор был создан в 1960 г. Мейманом (США) и назван лазером по первым буквам английского предложения (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – усиление света с помощью вынужденного излучения). Иногда лазеры называют оптическими квантовыми генераторами.

Рассмотрим принцип действия лазера. Пусть имеем два уровня энергии E атомов вещества m и n и пусть $E_n > E_m$. Из предыдущего следует, что воздействующий на вещество свет частоты ω , совпадающий с частотой $(E_n - E_m)/\hbar$ атомов вещества, будет вызывать два процесса: 1) вынужденный переход $m \rightarrow n$ и 2) вынужденный переход $n \rightarrow m$. Первый процесс приводит к поглощению света и ослаблению падающего пучка, второй – к увеличению интенсивности падающего пучка. Результирующее изменение интенсивности светового пучка зависит от того, какой из двух процессов преобладает.

В случае термодинамического равновесия распределение атомов по различным энергетическим состояниям определяется законом Больцмана:

$$N_i = C \cdot e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (8.1)$$

где N_i – число атомов, находящихся при температуре T в состоянии с энергией E_i (для простоты мы предположили, что все энергетические уровни не являются вырожденными). Из (8.1) следует, что с увеличением энергии состояния населённость уровня, т.е. количество атомов в данном состоянии, уменьшается. Число переходов между двумя уровнями пропорционально населённости исходного уровня. Следовательно, в системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение падающей световой волны будет преобладать над вынужденным излучением, так что падающая волна при прохождении через вещество будет ослабляться.

Для того, чтобы получить усиление падающей волны, нужно обратить населённость энергетических уровней, т.е. сделать так, чтобы в состоянии с большей энергией E_n находилось большее число атомов, чем в состоянии с меньшей энергией E_m . В этом случае говорят, что данная совокупность атомов имеет *инверсную населённость*. Согласно формуле (8.1),

$$\frac{N_n}{N_m} = e^{-\frac{(E_n - E_m)}{kT}}.$$

В случае инверсной населённости $(N_n / N_m) > 1$ при $(E_n - E_m) > 0$. Распространив формально на этот случай распределение (8.1), мы получим для T отрицательное значение. Поэтому состояния с инверсной населённостью называют иногда состояниями с отрицательной температурой.

Изменение интенсивности света I при прохождении через поглощающую среду описывается законом Бугера

$$I = I_0 \cdot e^{-\chi \ell}, \quad (8.2)$$

где ℓ – длина пути в поглощающей среде;
 χ – коэффициент поглощения.

В веществе с инверсной населённостью энергетических уровней вынужденное излучение может превышать поглощение света атомами, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться.

В случае усиления падающего пучка явление протекает так, как если бы коэффициент поглощения χ в формуле (8.2) стал отрицательным. Соответственно совокупность атомов с инверсной населённостью можно рассматривать как среду с отрицательным коэффициентом поглощения.

Создание лазера стало возможным после того, как были найдены способы осуществления инверсной населённости уровней в некоторых веществах.

В созданном Мейманом лазере рабочим телом был цилиндр из розового рубина. Диаметр стержня был порядка 1 см, длина – около 5 см. Торцы рубинового стержня были тщательно отполированы и представляли собой строго параллельные друг другу зеркала. Один торец покрывался плотным непрозрачным слоем серебра, другой таким слоем серебра, который пропускал около 8% упавшей на него энергии.

Рубин представляет собой окись алюминия Al_2O_3 , где некоторые из атомов алюминия замещены атомами хрома. При поглощении света ионы хрома Cr^{+++} (в таком виде находится хром в кристалле рубина) переходят в возбуждённое состояние. Обратный переход в основное состояние происходит в два этапа. На первом этапе возбуждённые ионы отдают часть своей энергии кристаллической решётке и переходят в метастабильное состояние. Переход из метастабильного состояния в основное запрещён правилами отбора. Поэтому среднее время жизни иона в метастабильном состоянии ($\sim 10^{-3}$ А) примерно в 10^5 раз превосходит время жизни в обычном возбуждённом состоянии.

На втором этапе ионы из метастабильного состояния переходят в основное, излучая фотон с $\lambda = 6943\text{Å}$. Под действием фотонов такой же длины волны, т.е. при вынужденном излучении, переход ионов хрома из метастабильного состояния в основное происходит значительно быстрее, чем при спонтанном излучении.

В лазере рубин освещается импульсной ксеноновой лампой, которая даёт свет с широкой полосой частот. При достаточной мощности лампы большинство ионов хрома переводится в возбуждённое состояние. Процесс сообщения рабочему телу лазера энергии для перевода атомов в возбуждённое состояние называется *накачкой*. На рис. 8.1 дана схема уровней ионов хрома Cr^{+++} (уровень 3 представляет собой полосу, образованную совокупностью близко расположенных уровней). Возбуждение ионов за счёт накачки изображено стрелкой W_{13} . Время жизни уровня 3 очень мало ($\sim 10^{-8}\text{с}$). В течение этого времени некоторые ионы перейдут спонтанно из полосы 3 на основной уровень 1. Такие переходы показаны стрелкой A_{31} . Однако большинство ионов перейдёт на метастабильный уровень 2 (вероятность перехода, изображённого стрелкой S_{32} , значительно больше, чем перехода A_{31}). При достаточной мощности накачки число ионов хрома, находящихся на уровне 2, становится больше числа ионов на уровне 1. Следовательно, происходит инверсия уровней 1 и 2.

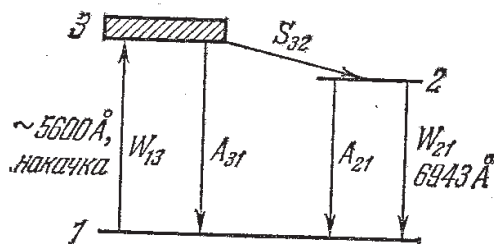


Рис. 8.1

Стрелка A_{21} изображает спонтанный переход с метастабильного уровня на основной. Излучённый при этом фотон может вызвать вынужденное испускание дополнительных фотонов (переход W_{21}), которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение и т.д. В результате образуется каскад фотонов. Напомним, что фотоны, возникающие при вынужденном излучении, летят в том же направлении, что и падающие фотоны. Фотоны, направления движения которых образуют малые углы с осью кристаллического стержня, испытывают многократные отражения от торцов образца. Поэтому путь их в кристалле будет очень большим, так что каскады фотонов в направлении оси получают особое развитие. Фотоны, испущенные спонтанно в других направлениях, выходят из кристалла через его боковую поверхность.

Процесс образования каскада изображён схематически на рис. 8.2.

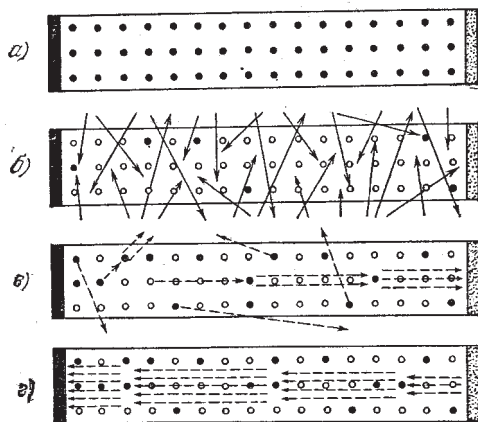


Рис. 8.2

До начала импульса ионы хрома находятся в основном состоянии (чёрные кружки на рис. 8.2 а). Свет накачки (сплошные стрелки на рис. 8.2 б) переводит большинство ионов в возбуждённое состояние (светлые кружки). Каскад

начинает развиваться, когда возбуждённые ионы спонтанно излучают фотоны (пунктирные стрелки на рис. 8.2 в) в направлении, параллельном оси кристалла (фотоны, испущенные по другим направлениям, выходят из кристалла). Фотоны размножаются за счёт вынужденного излучения. Этот процесс развивается (см. рис. 8.2 в, г), так как фотоны многократно проходят вдоль кристалла, отражаясь от его торцов. Когда пучок становится достаточно интенсивным, часть его выходит через полупрозрачный торец кристалла (см. рис. 8.2 г).

Лазеры на рубине работают в импульсном режиме. Внутри кристалла выделяется большое количество тепла. Поэтому его приходится интенсивно охлаждать с помощью жидкого воздуха.

В 1961 г. Джованом был создан первый газовый лазер, работающий на смеси гелия и неона. В 1963 г. были созданы первые полупроводниковые лазеры. В настоящее время список лазерных материалов только растёт.

Излучение лазера отличается следующими замечательными особенностями. Для него характерны:

- 1) строгая монохроматичность $\left(\Delta\lambda \sim 0,1\text{\AA} \right)$;
- 2) высокая временная и пространственная когерентность;
- 3) большая интенсивность;
- 4) узость пучка.

Угловая ширина генерируемого лазером светового пучка столь мала, что можно получить на лунной поверхности пятно света диаметром всего лишь 3 км. Лазер можно использовать для механической обработки и сварки, для воздействия на ход химических реакций и т.д.

Высокая когерентность лазерного пучка позволила осуществить такое явление, как голография.

Сказанное не исчерпывает всех возможностей лазера. Недаром XX в. иногда называли не только атомным, но и лазерным веком. Основная проблема – это создание сверхмощных лазеров. Так, уже достигнута интенсивность (плотность мощности) лазерного излучения $10^{20} \sqrt{10^{21}} \text{ Вт}\cdot\text{см}^2$. При такой интенсивности напряжённость электрического поля достигает $10^{12} \text{ В}\cdot\text{см}^{-1}$, это на два порядка сильнее поля протона на основном уровне атома водорода. Магнитное поле при этом достигает $10^9 - 10^{10}$ эрстед. Родственная проблема – создание и использование разеров и гразеров – аналогов лазеров в рентгеновском и гамма-диапазонах соответственно.

Нелинейная оптика. В световой волне, получаемой с помощью обычных (нелазерных) источников света, напряжённость электрического поля ε пренебрежимо мала по сравнению с напряжённостью внутреннего микроскопического поля, действующего на электроны в веществе. По этой причине оптические свойства среды (в частности, показатель преломления) и характер подавляющего большинства оптических явлений не зависят от интенсивности света. В таком случае распространение световых волн описывается линейными дифференциальными уравнениями. Поэтому долазерную оптику можно назвать линейной. Отметим, что принцип суперпозиции световых волн (выражаемый в геометрической оптике законом независимости световых лучей) справедлив только в области линейной оптики. Правда, и до создания лазеров были известны нелинейные явления в оптике. К их числу относится, например, комбинационное рассеяние света. При комбинационном рассеянии наблюдается преобразование частоты монохроматической световой волны, что является признаком нелинейности процесса. Однако в подавляющем большинстве случаев оптические процессы были линейными.

После создания лазеров положение изменилось. Квантовые генераторы позволяют получить световые волны с напряжённостью поля почти такой же величины, как и напряжённость микроскопического поля в атомах. При таких полях показатель преломления зависит от напряжённости поля ϵ . В этом случае *нарушается принцип суперпозиции*, различные волны, распространяющиеся в среде, оказывают влияние друг на друга, и возникает ряд нелинейных оптических явлений. Отметим вкратце некоторые из них.

Нелинейное отражение света. При больших интенсивностях в отражённом свете появляется излучение на второй гармонике падающего излучения, т.е. кроме отражённого луча, имеющего частоту ω , равную частоте падающего света, наблюдается отражённый луч частоты 2ω . Этот луч *не подчиняется* обычному закону отражения, вследствие чего направление отражённого луча частоты 2ω не совпадает с направлением отражённого луча частоты ω .

Самофокусировка света. При обычных интенсивностях первоначально параллельный ограниченный пучок света претерпевает при своём распространении в вакууме или в какой-либо среде так называемое дифракционное распывание, в результате чего возникает дифракционная расходимость пучка. Оказывается, что при распространении световых пучков в жидкостях и некоторых кристаллах с увеличением мощности пучка расходимость его уменьшается. При некоторой мощности, называемой критической, пучок распространяется, не испытывая расходимости. Наконец, при мощности, большей критической, пучок сжимается – происходит самофокусировка пучка в среде. Это явление обусловлено тем, что с ростом напряжённости E увеличивается и показатель преломления. Поэтому среда в области, занимаемой пучком, становится оптически более плотной, что приводит к изгибанию лучей к оси пучка, т.е. сжатию пучка.

Многофотонные процессы. При обычных интенсивностях в элементарном акте взаимодействия света с веществом поглощается только один фотон, энергия которого $\hbar\omega$ совпадает с разностью энергетических уровней $E_2 - E_1$ атома или молекулы. При больших интенсивностях в элементарном акте взаимодействия могут поглощаться два или более фотона. В этом случае может происходить поглощение света не только частоты $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$, но также и частот $\omega/2$, $\omega/3$ и т.д. Такое поглощение называется многофотонным.

В одном элементарном акте взаимодействия света с веществом могут поглощаться два фотона неодинаковой частоты. Это происходит в случае, когда световое поле создаётся двумя независимыми монохроматическими источниками. Если сумма частот этих источников удовлетворяет условию: $\omega_1 + \omega_2 = (E_2 - E_1)/\hbar$, наблюдается заметное поглощение излучения обеих частот. Для этого необязательно, чтобы оба излучения были большой мощности. Достаточно, чтобы была велика их суммарная интенсивность. Поэтому можно наблюдать многофотонное поглощение при наложении света от лазера и нелазерного источника со сплошным спектром.

К числу многофотонных процессов относится также многофотонный фотоэффект (многофотонная ионизация атомов). В то время как обычный фотоэффект наблюдается при частотах, при которых энергия фотона больше энергии ионизации атома, многофотонный фотоэффект может происходить при частотах в n раз меньших (n – число фотонов, участвующих в элементарном акте взаимодействия). Удалось надёжно зарегистрировать семифотонную ионизацию инертных газов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое излучение называют тепловым? Каким свойством оно обладает? Укажите параметры, характеризующие это излучение.

2. Какое тело называют абсолютно чёрным? Приведите примеры абсолютно чёрных тел.

3. Сформулируйте закон Кирхгофа. Укажите физический смысл универсальной функции Кирхгофа.

4. Сформулируйте законы Стефана-Больцмана и Вина.

5. Что такое ультрафиолетовая катастрофа? Сформулируйте квантовую гипотезу Планка.

6. Какое физическое явление называют внешним фотоэффектом? Нарисуйте современную установку для наблюдения этого явления.

7. Сформулируйте три закона фотоэффекта.

8. Нарисуйте и объясните вольт-амперную характеристику при фотоэффекте. Как она будет выглядеть при большей интенсивности и меньшей частоте света?

9. Запишите и объясните уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Какую величину называют работой выхода?

10. Объясните график зависимости $eU_0 = f(\nu)$. Как определить красную границу фотоэффекта?

11. Как по графику на рис. 3.3 определить постоянную Планка?

12. В чём состоит эффект Комптона? Почему электроны при взаимодействии с рентгеновскими фотонами считаются практически свободными?

13. Почему с ростом зарядового числа элемента уменьшается амплитуда смещённой длины волны?

14. Что показал опыт Боте?

15. В каком соотношении находятся волновая и корпускулярная картины света?

16. Какую микрочастицу называют фотоном? Перечис-

лите основные физические характеристики фотона.

17. Напишите уравнение Шредингера для атома водорода. Какой физический смысл имеет ψ -функция и от каких параметров она зависит?

18. Какие состояния называются вырожденными? Чему равна кратность вырождения атома водорода?

19. Чем объясняется правило отбора $\Delta j = 0, \pm 1$?

20. В чём состоит принцип соответствия Бора?

21. Что обнаружилось в результате опытов Штерна и Герлаха?

22. Что такое спин электрона? Какие значения может принимать проекция собственного механического момента импульса электрона на произвольное направление?

23. Как существование спина объясняет мультиплетную структуру спектра атома водорода?

24. Что определяет «постоянная» тонкой структуры?

25. Сформулируйте принцип Паули.

26. Запишите электронную конфигурацию атомов $_{19}\text{K}$ и $_{20}\text{Ca}$.

27. Почему лантаниды и актиниды помещены в одну клетку периодической системы?

28. Напишите закон Мозли. Что позволяет установить закон Мозли?

29. Чем определяется коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения?

30. Как возникает характеристическое рентгеновское излучение?

31. Какое население уровней называется инверсным? Перечислите свойства вынужденного излучения.

32. Укажите принцип действия лазера Меймана.

33. За счёт чего возникает самофокусировка светового пучка?

34. Укажите условие протекания многофотонных процессов.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Исследование спектра излучения Солнца показало, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$. Принимая Солнце за абсолютно чёрное тело, определить:

- а) энергетическую светимость Солнца;
- б) поток энергии, излучаемой Солнцем;
- в) массу электромагнитных волн всех длин, излучаемых Солнцем за 1с.

Решение

а) Энергетическая светимость абсолютно чёрного тела выражается формулой Стефана-Больцмана:

$$R_{\text{э}} = \sigma \cdot T^4, \quad (1)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$.

Температура в (1) может быть определена из закона смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (2)$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \text{м} \cdot \text{К}$.

Подставляя (2) в (1), получим:

$$R_{\text{э}} = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 6,4 \cdot 10^7 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2.$$

б) Поток энергии Φ , излучаемой Солнцем, равен произведению энергетической светимости на площадь поверхности Солнца S ($r_c = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$):

$$\Phi = R_{\text{э}} \cdot S = R_{\text{э}} \cdot 4\pi r_c^2 = 6,4 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (7 \cdot 10^8)^2 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

в) Массу электромагнитных волн найдём, применив закон пропорциональности массы и энергии $E = m \cdot c^2$. Энергия

электромагнитных волн, излучаемых за время t , равна произведению потока энергии на время $E = \Phi \cdot t$, т.е. $\Phi t = mc^2$, откуда

$$m = \frac{\Phi t}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ кг} = 4 \cdot 10^6 \text{ т.}$$

Задача 2. Температура абсолютно чёрного тела понизилась с 1000 до 850 К. Определить, как и на сколько при этом изменилась длина волны, отвечающая максимуму распределения энергии.

Решение

В соответствии с законом смещения Вина длина волны

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}.$$

Исходя из этого, запишем:

$$\lambda_{1\max} = \frac{b}{T_1}; \lambda_{2\max} = \frac{b}{T_2};$$

$$\Delta\lambda_{\max} = \frac{b}{T_2} - \frac{b}{T_1} = b \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} \right);$$

$$\Delta\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1000 - 850}{1000 \cdot 850} \right) = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

$$\lambda_{1\max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{1000} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

$$\lambda_{2\max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{850} = 3,41 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Следовательно, длина волны возросла на 0,51 мкм.

Задача 3. Давление света с длиной волны 0,55 мкм, нормально падающего на зеркальную поверхность, равно 9 мкПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности.

Решение

Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ определяется соотношением

$$P = \omega(1 + \rho), \quad (1)$$

где ω – объёмная плотность энергии излучения, равная произведению концентрации фотонов n на энергию одного фотона:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \text{ т. е. } \omega = \frac{nhc}{\lambda}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$P = \frac{nhc}{\lambda}(1 + \rho),$$

$$\text{откуда } n = \frac{\lambda P}{hc(1 + \rho)} = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (1 + 1)} \approx 1,24 \cdot 10^{13} \cdot \text{м}^{-3}.$$

Задача 4. Красная граница фотоэффекта для никеля равна 0,257 мкм. Найти длину волны света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной 1,5 В.

Решение

Согласно уравнению Эйнштейна,

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_{K_{\max}}. \quad (1)$$

Красная граница фотоэффекта определяется из условия

равенства энергии фотона $E = \frac{hc}{\lambda}$ работе выхода электронов A :

$$\frac{hc}{\lambda} = A. \quad (2)$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов может быть определена через задерживающую разность потенциалов U :

$$E_{K_{\max}} = eU, \quad (3)$$

где e – заряд электрона.

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_r} + eU,$$

откуда

$$\lambda = \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{eU}{hc} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2,57 \cdot 10^{-7}} + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^{-1} =$$

$$= 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,196 \text{ мкм}.$$

Задача 5. Фотон с импульсом $5,44 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ был рассеян на свободном электроном на угол 30° в результате эффекта Комптона. Определить импульс рассеянного фотона.

Решение

$$\text{Импульс фотона } p_1 = \frac{h}{\lambda_1}; p_2 = \frac{h}{\lambda_2},$$

отсюда $\lambda_1 = \frac{h}{p_1}, \lambda_2 = \frac{h}{p_2}$. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ при эффекте Комптона равно

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \vartheta), \text{ или } \frac{h}{p_2} - \frac{h}{p_1} = \frac{h}{mc}(1 - \cos \vartheta),$$

отсюда

$$p_2 = \frac{1}{\frac{1}{mc}(1 - \cos \vartheta) + \frac{1}{p_1}} = \frac{p_1 mc}{p_1 (1 - \cos \vartheta) + m_0 c} =$$

$$= \frac{0,544 \cdot 10^{-21} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,44 \cdot 10^{-22} \cdot 0,134 + 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 4,3 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Задача 6. Поверхность металла освещается светом с длиной волны $\lambda = 350$ нм. При некотором задерживающем потенциале фотон становится равным нулю. При изменении длины волны на 50 нм задерживающую разность потенциалов пришлось увеличить на 0,59 В. Считая постоянную Планка и скорость света известными, определить заряд электрона.

Решение

Если при изменении длины волны света, вызывающего фототок, пришлось увеличить запирающий потенциал, значит, длина волны уменьшилась. Учитывая это и принимая во внимание, что $\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3$, запишем уравнение Эйнштейна для обеих ситуаций:

$$\hbar \cdot \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} = A + eU_3, \quad (1)$$

$$\hbar \cdot \frac{2\pi \cdot c}{\lambda - \Delta\lambda} = A + (U_3 + \Delta\nu). \quad (2)$$

Вычитая из (2) уравнение (1), получим:

$$\hbar \cdot 2\pi \cdot c \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) = e\Delta U, \quad (3)$$

откуда

$$e = \frac{\hbar \cdot 2\pi \cdot c}{\Delta U} \cdot \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) =$$

$$= \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8}{0,59} \cdot \left[\frac{1}{(350 - 50) \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{350 \cdot 10^{-9}} \right] =$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Задача 7. Световой поток, состоящий из $n = 5 \cdot 10^4$ фотонов света, обладающих энергией, соответствующей длине волны $\lambda = 300$ нм, падает на фоточувствительный слой, чувствительность которого $K = 4,5$ мА/Вт. Найти количество фотоэлектронов, освобождаемых таким импульсом света.

Решение

Чувствительность фотоэлемента – это величина фототока, вызванного световым потоком единичной мощности.

$$K = \frac{I_{\phi}}{P}, \quad (1)$$

где P – мощность.

Поскольку фотоэффект – процесс безынерционный, то время облучения фотокатода светом и время протекания тока одно и то же.

Энергия, которую переносят n квантов, определяется соотношением

$$E = n \cdot \hbar\omega = n \cdot \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} \cdot \hbar. \quad (2)$$

Мощность, переданная этим импульсом света фотокатоду, равна

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot 2\pi \cdot c \cdot \hbar}{\lambda \cdot t}. \quad (3)$$

Заряд, переносимый N электронами, выбитыми импульсом света с катода,

$$q = N \cdot e . \quad (4)$$

Этот заряд создаёт фототок

$$I_D = \frac{N \cdot e}{t} . \quad (5)$$

Подставив (3) и (5) в (1), получим:

$$K = \frac{N \cdot e \cdot \lambda \cdot t}{t \cdot n \cdot \hbar \cdot c \cdot 2\pi} = \frac{N \cdot e}{n \cdot \hbar \cdot 2\pi \cdot c} , \quad (6)$$

откуда

$$\begin{aligned} N &= \frac{K \cdot n \cdot \hbar \cdot 2\pi \cdot c}{e \cdot \lambda} = \\ &= \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 300 \cdot 10^{-9}} = 930 . \end{aligned}$$

Задача 8. Длина волны рентгеновского излучения, падающего на вещество со свободными электронами, $\lambda_o = 0,003$ нм. Какую энергию приобретает комптоновский электрон отдачи при рассеянии электрона под углом 60° ?

Решение

Энергия электрона из закона сохранения энергии определяется как разность между энергиями падающего и улетающего фотонов

$$E_{эл} = \hbar \frac{2\pi c}{\lambda_o} - \hbar \frac{2\pi c}{\lambda_o + \Delta\lambda} = \frac{2\pi \cdot \hbar \cdot c \cdot \Delta\lambda}{\lambda_o \cdot (\lambda_o + \Delta\lambda)} . \quad (1)$$

По формуле Комптона

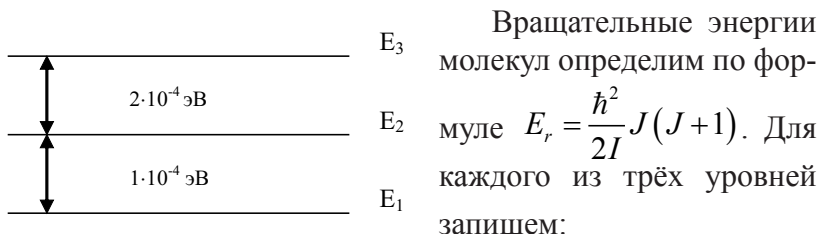
$$\Delta\lambda = \frac{2\pi \cdot \hbar}{m \cdot c} \cdot (1 - \cos \vartheta) = \frac{2\pi \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} (1 - 0,5) = 0,0012 \text{ нм} . \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$E_{эл} = \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,0012 \cdot 10^{-9}}{0,003 \cdot 10^{-9} (0,003 \cdot 10^{-9} + 0,0012 \cdot 10^{-9})} = 120 \text{ кэВ}.$$

Задача 9. В эксперименте измерены энергии перехода между тремя последовательными уровнями энергии вращательной полосы двухатомной молекулы. Найдите квантовые числа J этих уровней и момент инерции I молекулы.

Решение



$$\begin{aligned} E_{r_1} &= \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1); \\ E_{r_2} &= \frac{\hbar^2}{2I} (J+1)(J+2); \\ E_{r_3} &= \frac{\hbar^2}{2I} (J+2)(J+3). \end{aligned} \quad (1)$$

Из (1) найдём разность энергий между двумя уровнями:

$$\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2}{2I} (J+1) = 10^{-4} \text{ эВ} \quad (2)$$

$$\Delta E_{23} = E_3 - E_2 = \frac{\hbar^2}{2I} (J+2) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ эВ} \quad (3)$$

Отношение $\frac{\Delta E_{23}}{\Delta E_{12}} = \frac{J+2}{J+1} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-4}} = 2$.

Следовательно, $J = 0$, и указанным трём уровням соответствуют $J = 0, J = 1, J = 2$.

Момент инерции определим из (2):

$$I = \frac{\hbar^2 (J+1)}{\Delta E_{12}} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 1}{1 \cdot 10^{-4} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 7 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Задача 10. Определить для молекулы HCl вращательные квантовые числа для соседних уровней, разность энергий которых $\Delta E = 5,21 \cdot 10^{-3}$ эВ, а расстояние между лазерами $d = 127,5$ нм.

Решение

Вращательные энергии молекул могут принимать только дискретные значения, равные

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}, \quad (1)$$

где J – вращательное квантовое число ($J = 0, 1, 2, \dots$);

I – момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через центр инерции.

Используя (1), найдём разность энергий между двумя уровнями $(J+1)$ и J :

$$\Delta E = \frac{\hbar^2 (J+2)(J+1)}{2I} - \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I} = \frac{\hbar^2 (J+1)}{2I}. \quad (2)$$

Момент инерции молекулы HCl равен

$$I = m_{\text{прив}} \cdot d^2, \quad (3)$$

где $m_{\text{прив}}$ – приведённая масса, равная

$$m_{\text{прив}} = \frac{m_{\text{H}} \cdot m_{\text{Cl}}}{m_{\text{H}} + m_{\text{Cl}}} = \frac{35,5 \cdot m_{\text{H}}^2}{36,5 \cdot m_{\text{H}}} = \frac{35,5}{36,5} m_{\text{H}}. \quad (4)$$

$$m_{\text{H}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Из формул (2), (3) и (4) получим:

$$(J+1) = \frac{\Delta E \cdot 35,5 m_H \cdot d^2}{\hbar^2 \cdot 36,5} =$$

$$= \frac{5,21 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 35,5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (127,5 \cdot 10^{-12})^2}{(1,05 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 36,5} = 2.$$

Таким образом, $J+1=2$, а $J=1$.

Задача 11. Определить минимальную длину волны тормозного рентгеновского излучения, если к рентгеновской трубке приложены напряжения 30 кВ, 75 кВ.

Решение

Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра определяется по формуле $\lambda = \frac{hc}{eU}$. Тогда

$$\lambda_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^4} = 4,1 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,5 \cdot 10^4} = 1,66 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Задача 12. При каком наименьшем напряжении на рентгеновской трубке с железным антикатодом появляются линии K -серии?

Дано: $Z = 26$, $G = 1$, $n = 1$, $K = 2$

Найти: U

Решение

K -линии появляются при переходе электрона со второго энергетического уровня на первый. Найдём длину волны этой линии по формуле Мозли:

$$\frac{1}{\lambda} = R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{K^2} \right);$$

$$\lambda = \frac{1}{R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{K^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^{-7} (26 - 1)^2 \left(1 - \frac{1}{4} \right)} =$$

$$= 1,94 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Линия с таким значением λ может появиться, если энергия бомбардирующего электрона $E = eU$ будет не меньше энергии кванта $E = \frac{hc}{\lambda}$. Приравняв эти выражения, получим:

$$eU = \frac{hc}{\lambda}, \text{ откуда } U = \frac{hc}{e\lambda};$$

$$U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,94 \cdot 10^{-10}} = 6408 \text{ В.}$$

Задача 13. Определить длину волны, соответствующую максимуму энергии излучения лампы накаливания. Нить накала имеет длину $\ell = 15$ см и диаметр $d = 0,03$ мм. Мощность, потребляемая лампой, $P = 10$ Вт. Нить лампы излучает как серое тело с коэффициентом поглощения $\alpha^c = 0,3$; 20 % потребляемой энергии передаётся другим телам вследствие теплопроводности и конвекции.

Решение

Из правила смещения Вина следует:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (1)$$

Температуру нити найдём, исходя из закона Стефана-Больцмана. Применительно к данному случаю он запишется в виде

$$0,8P = \alpha^c \sigma T^4 \pi d \ell . \quad (2)$$

Выразив T из (2) и подставив в (1), получим:

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} &= b \sqrt[4]{\frac{\alpha^c \sigma \pi d \ell}{0,8P}} = 2,9 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{\frac{0,3 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 0,15}{0,8 \cdot 10}} = \\ &= 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ м.} \end{aligned}$$

Задача 14. Найти величину задерживающего потенциала U_3 для фотоэлектронов, испускаемых при освещении калия светом, длина волны которого $\lambda = 3300 \text{ \AA}$. Работа выхода электрона из калия $A = 2 \text{ эВ}$.

Решение

Из уравнения Эйнштейна найдём начальную максимальную энергию электрона

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \hbar \omega - A . \quad (1)$$

В нём

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU ; \quad (2)$$

$$\hbar \omega = \hbar \frac{2\pi c}{\lambda} . \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$eU_3 = \frac{hc}{\lambda} - A ,$$

откуда

$$U_3 = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e} = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,3 \cdot 10^{-7}} - 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,75 \text{ В.}$$

Задача 15. Электрон в атоме находится в d -состоянии. Определить: 1) момент импульса электрона; 2) максимальное значение проекции момента импульса электрона на направление внешнего магнитного поля.

Решение

d -состояние электрона характеризуется орбитальным квантовым числом $\ell = 2$, а момент импульса электрона

$$\alpha = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (1)$$

где $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Проекция момента импульса на направление внешнего магнитного поля

$$\alpha_z = \hbar m, \quad (2)$$

где $m = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell$ – магнитное квантовое число. Выражение (2) максимально при $m = m_{\max} = 2$.

Подставляя числа в (1) и (2), получим:

$$\alpha = 2,45\hbar; \alpha_{z_{\max}} = 2\hbar.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Яворский Б.М.* Курс физики / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Высш. шк., 1989. – 607 с.
2. *Фейнман Р.* Фейнмановские лекции по физике: пер. с англ. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1965. – Вып. 1–4.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Высш. шк., 2003. – 542 с.
4. *Касьянов В.Я.* Физика. Класс 11. – М.: Дрофа, 2004. – 416 с.
5. *Нэрион Дж. Б.* Физики и физический мир. – М.: Мир, 1975. – 623 с.
6. *Орир Дж.* Физика: пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – Т. 1, 2. – 622 с.
7. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1984. – Т. 3. – 622 с.
8. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1985. – 304 с.
9. *Вихман Э.* Квантовая физика: пер. с англ. – М.: Наука, 1977. – Т. 4. – 415 с.
10. *Суорц Кл. Э.* Необыкновенная физика обыкновенных явлений: пер. с англ. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. – 384 с.
11. *Яворский Б.М.* Основы физики / Б.М. Яворский, А.А. Пинский. – М.: Наука, 1974. – 464 с.
12. *Чечуев В.Я.* Элементы физики твёрдого тела: учеб. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост.: В.Я. Чечуев, С.В. Викулов, И.М. Дзю. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2012. – 97 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Закон Кирхгофа	4
2. Законы теплового излучения чёрного тела. Формула Планка	9
3. Фотоэффект	15
4. Эффект комптона. Опыт Боте. Фотоны.....	20
5. Атом водорода. Спин электрона	27
6. Принцип Паули. Распределение электронов по энергетическим уровням атома.	40
7. Рентгеновские спектры.....	48
8. Молекулы и их спектры.....	53
9. Вынужденное излучение. Лазеры. Нелинейная оптика ..	62
Контрольные вопросы	72
Примеры решения задач.....	74
Библиографический список	87

Составители:
Чечуев Владимир Яковлевич
Викулов Станислав Викторович
Дзю Искра Михайловна

Физика
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ
И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ
Учебное пособие

Редактор Т. К. Коробкова
Компьютерная вёрстка Н.С. Пияр

Подписано в печать 21 августа 2012 г. Формат 60х84 $\frac{1}{16}$.
Объем 4,2 уч.-изд. л., 5,6 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Изд. № 66. Заказ № 594

Отпечатано в издательстве
Новосибирского государственного аграрного университета
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб.106.
Тел./факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru