

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

**РЕПЕТИТОР ПО ФИЗИКЕ**  
**ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Учебное пособие

Новосибирск 2015

УДК 537 (075)  
ББК 22.33, Я 73  
Р 411

Кафедра теоретической и прикладной физики

Составители: канд. техн. наук, доц. *В. Я. Чечуев*;  
д-р техн. наук, проф. *С. В. Викулов*;  
канд. пед. наук, доц. *Э. Б. Селиванова*;  
ст. препод. *М. Г. Алешкевич*

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. *М. П. Синюков* (НГАВТ)

**Репетитор по физике. Электромагнетизм:** учеб. пособие / Новосибир. гос. аграр. у-нт. Инженер. ин-т; сост.: В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, Э. Б. Селиванова, М. Г. Алешкевич. – Новосибирск: ИЦ НГАУ «Золотой колос», 2015. – 99 с.

Учебное пособие содержит материал, изучаемый, согласно программе, в курсе общей физики.

Предназначено для студентов дневной и заочной формы обучения всех направлений подготовки, реализуемым в НГАУ.

Утверждено и реализовано к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 38 от 28 апреля 2015 г.).

## ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены две темы: «Магнитное поле в вакууме», «Силы Лоренца и Ампера. Электромагнитная индукция».

Материал обеих тем изложен следующим образом. Даны определения основных вводимых в теме физических величин и приведены соотношения между ними. Рассмотрена классификация задач и указаны возможные пути их решения. Приведены примеры решения задач рассмотренных типов.

В заключение даны 18 вариантов задач индивидуальных заданий по теме «Магнитное поле в вакууме» и 12 вариантов – по теме «Сила Лоренца. Электромагнитная индукция».

В первую тему входит шесть задач, во вторую – семь. Все варианты составлены так, чтобы охватить задачи всех рассматриваемых по программе типов.

# 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

## 1.1. Основные понятия и соотношения

Магнитным называют поле, посредством которого осуществляется взаимодействие между движущимися зарядами (токами). На покоящиеся заряды это поле *не действует*.

Реальными источниками макроскопического магнитного поля являются намагниченные тела, проводники с током, движущиеся тела, несущие электрический заряд, и изменяющееся электрическое поле.

Здесь мы ограничимся только рассмотрением полей, создаваемых проводниками с постоянными токами и заряженными телами, движущимися с постоянной нерелятивистской скоростью.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции*  $\vec{B}$ . Его модуль и направление могут быть определены различными способами, в частности, с помощью движущегося пробного положительного заряда. В этом случае магнитная индукция в произвольной точке поля численно равна отношению максимальной силы  $F_{\max}$ , действующей в этой точке со стороны магнитного поля на движущийся пробный заряд, к произведению заряда  $q$  на его скорость  $v$ :

$$B = \frac{F_{\max}}{q \cdot v}. \quad (1.1)$$

Сила же будет максимальной тогда, когда вектор  $\vec{v}$  будет перпендикулярен вектору  $\vec{B}$ . При выполнении этого условия вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{F}_{\max}$  и образует с ними правовинтовую систему (рис. 1.1), т.е. из конца вектора  $\vec{B}$  вращение по кратчайшему расстоянию от направления силы  $\vec{F}_{\max}$  к направлению скорости  $\vec{v}$  видно происходящим против часовой стрелки.

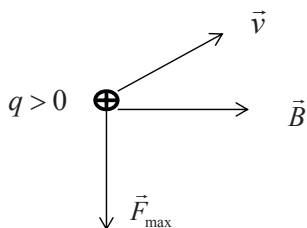


Рис. 1.1

### **Принцип суперпозиции**

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции.

*Поле  $\vec{B}$ , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей  $\vec{B}_i$ , порождаемых каждым движущимся зарядом (током) в отдельности:*

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i . \quad (1.2)$$

### **Задачи теории магнитного поля**

В теории магнитного поля решаются две основные задачи:

1. Для произвольной системы токов и движущихся электрических зарядов рассчитать  $\vec{B}$  в произвольной точке поля.
2. По известному значению  $\vec{B}$  определить поведение проводников и контуров с током в магнитном поле.

Рассмотрим способы решения обеих задач, для удобства восприятия этого материала представим задачи теории магнитного поля и способы их решения в виде блок-схемы (рис. 1.2). Из неё видно, что ПЕРВАЯ ЗАДАЧА решается двумя способами.

**Первый способ решения задачи.** Проводники с током и движущиеся заряженные тела замещаются моделями. И уже для моделей, используя формулу, определяющую индукцию движущегося заряда, закон Био – Савара, его следствия и принцип суперпозиции, рассчитывают индукцию в исследуемых точках поля.

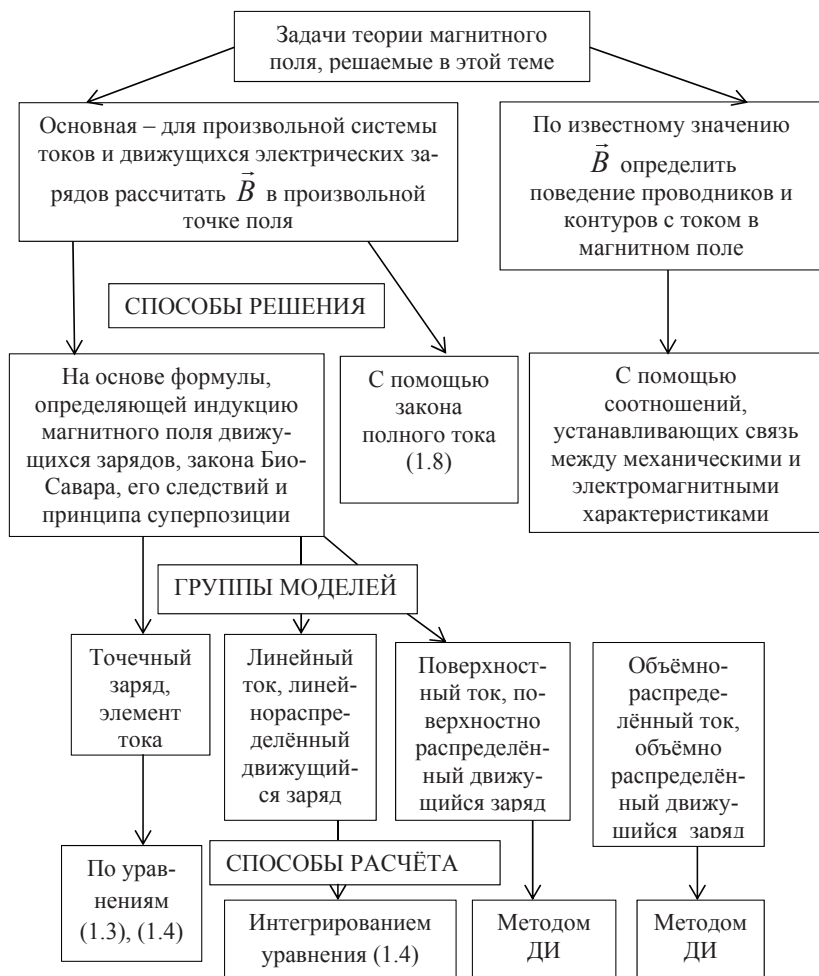


Рис. 1.2

Переход в этом способе от реальных источников магнитного поля к их моделям обусловлен тем, что и формула для расчёта индукции движущегося заряда, и закон Био – Савара, и его следствия применимы лишь тогда, когда можно соответственно размерами движущихся заряженных тел и поперечными размерами проводников с токами пренеб-

*речь*, т.е. по существу применимы лишь для расчёта магнитных полей *моделей* источников магнитного поля.

В зависимости от размеров и формы реальных проводников с током и движущихся заряженных тел могут быть представлены четыре группы моделей, отличающихся друг от друга числом учитываемых измерений источника:

1. Имеющие физически бесконечно малый объём элементарные источники магнитного поля.

2. Имеющие лишь длину линейные токи (движущиеся линейно распределённые заряды).

3. Поверхностные токи (движущиеся поверхностно распределённые заряды).

4. Объёмно распределённые токи (движущиеся объёмно распределённые заряды).

Рассмотрим способы расчёта магнитной индукции моделей этих групп. При этом для удобства изложения выделим способы расчёта магнитной индукции моделей движущегося распределённого заряда отдельным пунктом (п. 5).

**1. Элементарные источники магнитного поля.** Принимается, что такими источниками являются движущийся точечный электрический заряд и элемент тока  $I \cdot d\vec{\ell}$ .

**Движущийся точечный электрический заряд** – это движущееся заряженное тело, размерами которого можно пренебречь. Величина индукции магнитного поля, создаваемого таким, равномерно движущимся с нерелятивистской скоростью  $v$  зарядом  $q$ , может быть вычислена по формуле

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.3)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;

$\vec{r}$  – радиус-вектор, проведённый от заряда к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Из (1.3) следует, что вектор  $\vec{B}$  в произвольной точке  $P$  будет направлен вверх, если заряд положителен (рис. 1.3), поскольку векторы  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$  образуют правовинтовую систему.

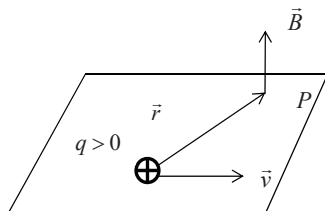


Рис. 1.3

**Элемент тока**  $I \cdot d\vec{\ell}$  – это вектор, абсолютная величина которого равна произведению тока на длину участка проводника  $d\ell$ , а направление совпадает с направлением тока. Индукция магнитного поля, создаваемого этим элементом, находится из закона Био – Савара:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{\ell} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.4)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведённый от элемента  $I \cdot d\vec{\ell}$  в точку поля, где определяется вектор  $d\vec{B}$ .

Из (1.4) следует: вектор  $d\vec{B}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{\ell}$  и  $\vec{r}$ , и образует с ними правовинтовую систему (рис. 1.4).

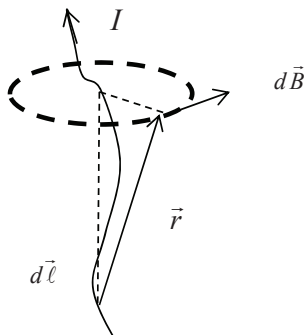


Рис. 1.4



**2. Линейные токи.** Линейный ток – это ток, текущий в тонком проводе, поперечными размерами которого можно пренебречь. Форма провода может быть любой.

Магнитная индукция поля, создаваемая линейным током, определяется по принципу суперпозиции как векторная сумма магнитных индукций полей элементов  $I \cdot d\vec{\ell}$  составляющих проводов, т.е. путём интегрирования уравнения (1.4).

**3. Поверхностные токи.** Поверхностный ток, текущий в поверхностном слое, толщиной которого можно пренебречь. Его распределение по поверхности характеризуется вектором линейной плотности тока  $\vec{j}_{\text{лин}}$ . Определим это понятие на конкретном примере. Пусть ток течёт по бесконечной проводящей плоскости (рис. 1.5).

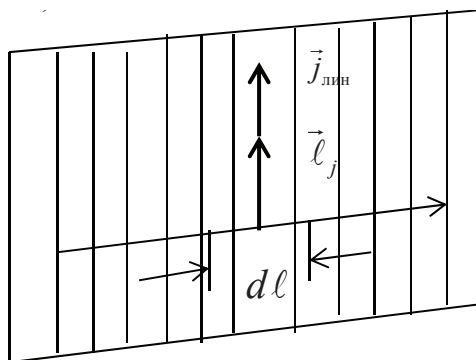


Рис. 1.5

Проведём на этой плоскости линию, перпендикулярную к направлению тока. Тогда вектор  $\vec{j}_{\text{лин}}$  будет численно равен току, приходящемуся на единицу длины этой линии, и будет направлен по току:

$$\vec{j}_{\text{лин}} = \frac{dI}{d\ell} \cdot \vec{\ell}_j, \quad (1.5)$$

где  $\vec{\ell}_j$  – единичный вектор, направленный по току.

Индукция магнитного поля, создаваемого поверхностным током, рассчитывается дифференциально-интегральным методом (методом ДИ) [1, с. 19]. Он применяется для расчёта разных физических величин и включает в себя два этапа. При расчёте индукции на первом этапе находят дифференциал индукции. Для этого в нашем случае исходную модель поверхностного тока представляют либо совокупностью движущихся точечных зарядов, либо (чаще всего) совокупностью соответствующих линейных токов и для одной из моделей совокупности записывают уравнение, определяющее индукцию  $d\vec{B}$ , создаваемую этой моделью в исследуемой точке поля.

На втором этапе интегрированием этого уравнения находят величину индукции. Наиболее трудными моментами в этой части являются выбор переменной интегрирования и определение пределов интегрирования.

Более подробно особенности расчёта индукции методом ДИ будут изложены в разделах 2 и 3. В разделе 2 приведён алгоритм нахождения индукции, а в разделе 3 с помощью этого метода решены задачи 3а – 3 г.

#### 4. Объёмно распределённые токи. Объёмно распре-

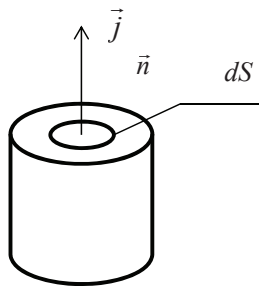


Рис. 1.6

лённый ток – это ток, текущий внутри некоторого объёма, например, в стержне (рис. 1.6). Его распределение по объёму характеризуется вектором плотности тока  $\vec{j}$ . Он направлен по току и численно равен току  $dI$ , проходящему через единицу площади сечения проводника  $dS$ , проведённого перпендикулярно к направлению тока:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \cdot \vec{n}, \quad (1.6)$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $dS$ , направленный по току.

Индукция магнитного поля, создаваемого объёмно распределённым током, рассчитывается методом ДИ обычно на основе моделей поверхностного тока, но может быть рассчитана и на основе других моделей первой или второй групп.

**5. Движущиеся распределённые заряды.** Там, где дискретность движущихся зарядов не имеет никакого проявления или этими проявлениями можно пренебречь, реальное распределение движущихся дискретных зарядов заменяют их моделями.

Различают движущиеся линейно, поверхностно и объёмно распределённые заряды. Их распределение по длине, поверхности и объёму характеризуют соответственно линейной  $\tau$ , поверхностной  $\sigma$  и объёмной  $\rho$  плотностями заряда:

$$\tau = \frac{dq}{d\ell}, \sigma = \frac{dq}{dS}, \rho = \frac{dq}{dV}, \quad (1.7)$$

где  $dq$  – суммарный с учётом знака заряд, находящийся на физически малой длине  $d\ell$ , поверхности  $dS$  и в физически малом объёме  $dV$ .

Индукция магнитного поля, создаваемого движущимся распределённым зарядом, может быть найдена методом ДИ как на основе зарядовых, так и на основе токовых моделей предыдущих групп (см., к примеру, в разделе 1.3 задачу 3б).

Формулы для расчёта индукции наиболее употребительных моделей второй, третьей и четвёртой групп, полученные на основе вышеописанных способов расчёта, приведены в табл. 1.1.

**Второй способ решения задачи.** В тех случаях, когда магнитное поле обладает симметрией, позволяющей достаточно просто вычислить циркуляцию вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру, т.е.  $\oint_L \vec{B}_\ell d\ell$ , магнитная индукция наибо-

лее просто рассчитывается по закону полного тока. Согласно этому закону, циркуляция вектора  $\vec{l}$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов  $I_i$ , охватываемых этим контуром:

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_L B_l d\ell = \mu_0 \sum_L I_i. \quad (1.8)$$

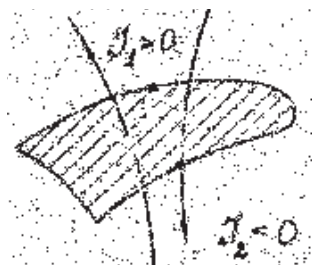


Рис. 1.7

Ток считается положительным ( $I_1$  на рис. 1.7), если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта. Ток противоположного направления ( $I_2$  на рис. 1.7) считается отрицательным.

При решении ВТОРОЙ ЗАДАЧИ (см. блок-схему рис. 1.2) чаще всего требуется вычислить силы, действующие на проводники и контуры с током, моменты сил, действующие на контуры с током, работу по перемещению проводников и контуров с током в магнитном поле.

Первая задача решается с помощью закона Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}], \quad (1.9)$$

где  $d\vec{F}$  – сила, действующая на элемент тока  $I \cdot d\vec{l}$ .

Из (1.9) следует: вектор  $d\vec{F}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ , и образует с ними правовинтовую систему.

Момент сил, действующий на контур с током в магнитном поле  $\vec{M}$ , рассчитывается по формуле

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}], \quad (1.10)$$

Таблица 1.1

Модель источника магнитного поля	Точка в пространстве	Формула для расчёта индукции
Прямой линейный ток $I$	На перпендикуляре к току на расстоянии $b$ от бесконечного тока	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{b}$
	На перпендикуляре к току на расстоянии $b$ от конечного тока	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$ , где $\alpha_1$ и $\alpha_2$ – углы, образованные направлением тока и радиусами-векторами, фиксирующими его концы
Круговой линейный ток $I$	В центре кругового тока радиусом $R$	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
	На оси кругового витка радиусом $R$ на расстоянии $r$ от его центра	$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + r^2)^{3/2}}$
Поверхностный ток с линейной плотностью $j_{\text{лин}}$ , текущий по бесконечной плоскости	С любой стороны	$B = \frac{\mu_0 \cdot j_{\text{лин}}}{2}$
Объёмнораспределённый ток с плотностью тока $j$ , текущий в стержне радиусом $R$	Вне стержня на расстоянии $r$ от оси симметрии	$B = \frac{\mu_0 \cdot j \cdot R^2}{2r}$
	Внутри стержня на расстоянии $r$ от оси симметрии	$B = \frac{\mu_0 \cdot j \cdot r}{2}$

$$\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (1.11)$$

где  $\vec{P}_m$  – магнитный момент контура с током  $I$ ;

$S$  – площадь контура;

$\vec{n}$  – единичный вектор нормали к контуру, положительное направление которого связано с направлением тока в контуре правилом правого винта.

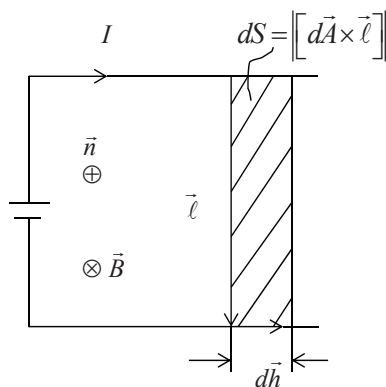


Рис. 1.8

Наконец, работа по перемещению проводников и контуров с током в магнитном поле может быть найдена интегрированием уравнения

$$dA = I \cdot d\Phi_n, \quad (1.12)$$

где  $dA$  – элементарная работа, совершаемая, например, при перемещении перемычки  $\ell$  на расстояние  $dh$  (рис. 1.8).

$$d\Phi_n = B_n dS, \quad (1.13)$$

где  $d\Phi_n$  – магнитный поток через площадку  $dS$ ;

$B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление положительной нормали к контуру, в котором протекает ток.

Наряду с рассмотренными примерами могут вычисляться и другие механические характеристики.

$$dS = \left[ d\vec{A} \times \vec{\ell} \right]$$

## 1.2. Классификация задач и пути их решения

Задачи этой темы можно разделить на пять типов.

1. Задачи, в которых требуется найти индукцию магнитного поля, созданного током, текущим в тонком проводнике произвольной формы.

2. Задачи, в которых требуется рассчитать индукцию магнитного поля, созданного либо небольшим числом тонких проводников с током, либо достаточно малым числом движущихся дискретных зарядов.

3. Задачи, в которых требуется определить индукцию магнитного поля, созданного либо системой близко расположенных тонких проводников с токами, либо с током, протекающим по поверхности или объёму проводника, либо большим количеством движущихся зарядов.

4. Задачи, в которых требуется найти индукцию магнитного поля, созданного либо токами, обладающими осевой или плоскостной симметрией (табл. 1.2), либо токами, которые могут быть представлены как их разность.

5. Задачи, в которых по заданному значению  $\vec{B}$  требуется определить поведение проводников и контуров с током в магнитном поле.

Задачи **первого типа** решаются путём замены проводника с током *линейным током*, после чего магнитная индукция вычисляется интегрированием уравнения (1.4).

При решении задач **второго типа** проводники с токами заменяются *линейными токами*, а движущиеся заряды – *точечными*. Поля отдельных движущихся зарядов вычисляются по формуле (1.3), а поля линейных токов – по соотношению (1.4) или по формулам, приведённым в табл. 1.1.

Искомая индукция рассчитывается по принципу суперпозиции (1.2).

Задачи **третьего типа** решаются путём замены реальных источников магнитного поля их моделями. При этом токовые источники заменяются моделями поверхностно или объёмно распределённого тока, а движущиеся заряды – моделями движущегося распределённого заряда.

Искомая индукция в обоих случаях рассчитывается методом ДИ. Алгоритм решения задач этого типа может быть сформулирован следующим образом:

1. Сделать рисунок и установить, какая из моделей соответствует рассматриваемой ситуации.

2. Представить модель, соответствующую условиям задачи, совокупностью более простых моделей (структурных элементов).

3. Изобразить модель и выделить на рисунке один из структурных элементов и указать его параметры.

4. Записать формулу для магнитной индукции, создаваемой простой моделью.

5. Применить формулу, справедливую для простой модели, к структурному элементу. Если направления векторов  $\vec{B}$  для различных структурных элементов не совпадают, то необходимо разложить его на составляющие.

6. Найти связь параметров структурного элемента с данными условия задачи и с переменными величинами, по которым будет производиться интегрирование. При наличии нескольких переменных установить зависимость между ними.

7. Получить формулу магнитной индукции для структурного элемента модели через данные условия задачи и независимые переменные интегрирования.

8. Определить пределы интегрирования и вычислить интеграл.

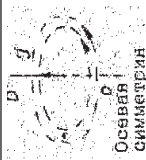
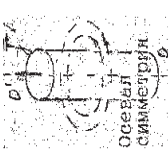
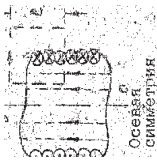
9. Проанализировать решение задачи.

В задачах **четвёртого типа** магнитная индукция наиболее просто определяется по закону полного тока (1.8), так как для магнитных полей, образованных токами, обладающими осевой или плоскостной симметрией (далее для краткости такие токи будем называть симметричными), легко вычисляется циркуляция вектора  $\vec{B}$ . Последнее объясняется тем, что благодаря симметрии поля контур интегрирования удаётся выбрать таким, что при его обходе индукция магнитного поля или постоянна ( $B_\ell = B = \text{const}$ ), или равна нулю ( $B_\ell = 0$ ).

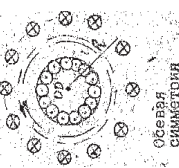
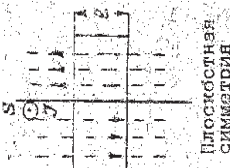


Типы токов, для которых целесообразно применение закона полного тока, приведены в табл. 1.2. Там же указаны оптимальная форма контуров интегрирования, значения циркуляции вектора  $\vec{B}$  и формулы для вычисления тока, охватываемого контуром.

Таблица 1.2

Тип источника, создающего поле	Картина токов и силовых линий поля	Форма контура интегрирования	Циркуляция вектора $\vec{B}$	Ток, охватываемый контуром
1	2	3	4	5
Бесконечный прямой ток		Окружность с центром на оси симметрии	$\oint B_\ell d\ell = 2\pi rB$ , где $r$ – расстояние до точки, в которой определяется индукция	$I$
Стержень с током плотностью $j$		Окружность с центром на оси симметрии	$\oint B_\ell d\ell = 2\pi rB$ , где $r$ – расстояние до точки, в которой определяется индукция	$I = \int_S j_n dS$
Соленоид с током $i$ и числом витков на единицу длины $n$		Прямоугольник, две стороны которого параллельны оси $OO'$ , а две другие – перпендикулярны ей	$\oint B_\ell d\ell = B_\ell \ell$ , где $\ell$ – длина стороны контура, которая параллельна оси $OO'$	$I = ni\ell$

Окончание табл. 1.2

1	2	3	4	5
Тороид с током $i$ и числом витков на единицу длины $n$		Окружность с центром на оси симметрии. Плоскость окружности перпендикулярна оси симметрии $OO'$	$\oint B_\ell d\ell = B2\pi r$ , где $r$ – расстояние от оси до точки, в которой определяется индукция	$I = 2\pi Rni$
Бесконечная плоскость с током, линейная плотность которого равна $j_{\text{лин}}$		Прямоугольник, симметрично расположенный относительно плоскости симметрии $S$ . Плоскость прямоугольника перпендикулярна плоскости симметрии	$\oint B_\ell d\ell = B2\ell$ , где $\ell$ – длина стороны прямоугольного контура, параллельной плоскости симметрии	$I = \int_S j_{\text{лин}} d\ell$

Задачи **четвёртого типа** могут быть решены по следующему алгоритму.

1. Сделать рисунок и указать на нём направление токов и линий индукции магнитного поля. Определить тип симметрии.

2. Выбрать и нарисовать контур интегрирования (он обязательно должен проходить через точку, в которой определяется величина индукции).

3. Вычислить циркуляцию вектора  $\vec{B}$ .

4. Найти ток, охватываемый контуром.

5. Подставив выражения, полученные в пунктах 3 и 4, в формулу закона полного тока, найти индукцию магнитного поля. Если известной является другая величина, то определить её исходя из закона полного тока и условий задачи.

Если же ток *асимметричен*, то:

1) определить, можно ли его представить разностью симметричных. И если это возможно, то:

2) вычислить (по только что приведённому алгоритму) магнитную индукцию полей симметричных токов;

3) найти магнитную индукцию поля асимметричного тока как разность магнитных индукций полей, создаваемых симметричными токами.

Задачи **пятого типа** решаются на основе соотношений, устанавливающих связь между механическими и электромагнитными характеристиками.

В частности, силы, действующие на проводники с током в магнитном поле, рассчитываются по закону Ампера (1.9), моменты сил – по уравнению (1.10), а работа по перемещению проводников и контуров с током в магнитном поле – интегрированием уравнения (1.12).

### 1.3. Примеры решения задач

В данном разделе рассмотрены:

1) одна задача первого типа;

2) четыре задачи второго типа (из них три качественные);

- 3) четыре задачи третьего типа;
- 4) пять задач четвёртого типа (из них три качественные);
- 5) две задачи пятого типа.

– Номера задач соответствуют номерам типов.

– Анализ и решение качественных задач приведены в конце темы, чтобы дать читающему возможность попытаться решить их самостоятельно.

– Задачи третьего и четвёртого типов решены по алгоритмам, которые приведены в предыдущем разделе.

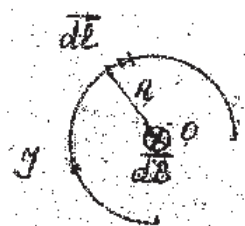


Рис. 1.9

**Задача 1.** По тонкому проводу, имеющему форму  $3/4$  окружности радиусом  $R$  (рис. 1.9), протекает ток  $I$ . Определить индукцию в точке  $O$ .

*Решение*

Заменим провод с током линейным током и, разбив его на элементы  $d\vec{\ell}$ , вычислим индукцию магнитного поля в точке  $O$  по закону Био – Савара. Поскольку все векторы  $d\vec{\ell}$  в точке  $O$  имеют одинаковое направление (за чертёж), сложение векторов  $d\vec{\ell}$  можно заменить сложением их модулей. В рассматриваемом случае расстояние от всех элементов до точки  $O$  одно и то же и равно  $R$ , а угол между  $d\vec{\ell}$  и  $\vec{R}$  равен  $90^\circ$ . С учётом сказанного закон Био – Савара запишется в виде

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} d\ell. \quad (1.14)$$

Интегрируя (1.14) в пределах от 0 до  $\frac{3}{4} \cdot 2\pi R$ , получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{\frac{3}{2}\pi R} d\ell = \frac{3}{8} \cdot \frac{\mu_0 I}{R}.$$

**Задача 2а.** Из куска изолированной проволоки, по которой протекает ток  $I$ , вначале был сделан плоский виток радиусом  $R$ , а затем – два прилегающих друг к другу витка радиусом  $R/2$  (рис. 1.10). Одинаковой или разной будет индукция магнитного поля в центре витков?

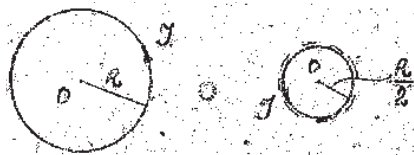


Рис. 1.10

**Задача 2б.** В каком из указанных на рисунке случаев индукция магнитного поля в точке  $O$  минимальна (рис. 1.11)?

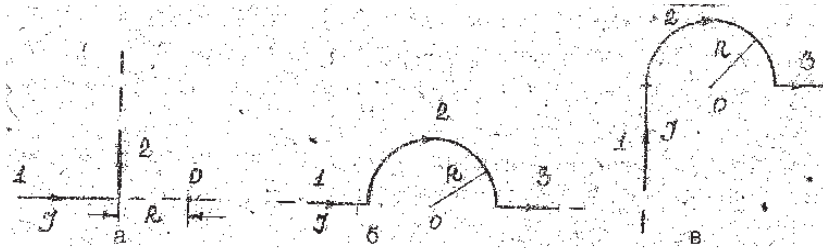


Рис. 1.11

**Задача 2в.** Определить направление вектора индукции магнитного поля в точке  $O$ , если оно создаётся равными токами, взаимное расположение которых и направления указаны на рис. 1.12.

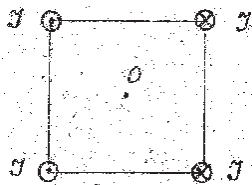


Рис. 1.12

**Задача 2 г.** Магнитное поле создаётся системой тонких проводников, по которым течёт ток  $I$ . Система состоит из двух полубесконечных прямых проводников, образующих между собой угол  $90^\circ$ , и кругового проводника радиусом  $R$ , лежащего в плоскости, перпендикулярной

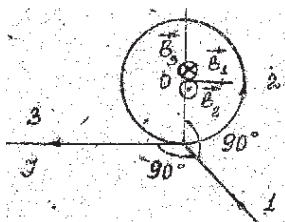


Рис. 1.13

первому проводнику (рис. 1.13). Определить модуль вектора магнитной индукции в точке  $O$ .

*Решение*

Магнитное поле в точке  $O$  создается тремя источниками. Направления векторов индукции магнитного поля, создаваемого каждым из источников в точке  $O$ , определим по правилу буравчика. В результате получим картину расположения векторов, показанную на рис. 1.13. По принципу суперпозиции

$$B = \sqrt{B_1^2 + (B_2 - B_3)^2}, \quad (1.15)$$

где  $B_1, B_2, B_3$  – модули соответствующих векторов.

Их значения, предварительно заменив проводники с током соответствующими линейными токами, найдём по формулам, приведённым в табл. 1.1. Из неё следует, что

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}; \quad (1.16)$$

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Для полубесконечного тока  $I_1$   $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ , а для полубесконечного тока  $I_3$   $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha_2 = \pi$ . С учётом этого

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}. \quad (1.17)$$

Подставив (1.16) и (1.17) в (1.15), получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \sqrt{2(2\pi^2 - 2\pi + 1)}.$$

**Задача 3а.** Тонкая лента шириной  $\ell$  свёрнута в трубку радиусом  $R$  (рис. 1.14). По ленте течёт равномерно распределённый по её ширине ток  $I$ . Определить модуль вектора магнитной индукции в произвольной точке на оси трубки.

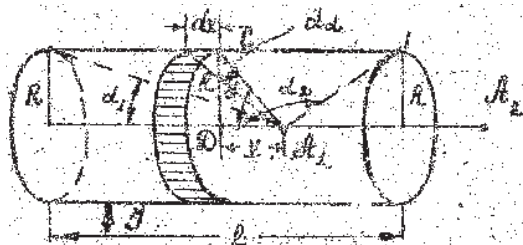


Рис. 1.14

### Решение

Поскольку проводник нельзя считать ни тонким, ни элементом тока, непосредственно применять закон Био – Савара и его следствия нельзя. Трудно здесь использовать и теорему о циркуляции, так как магнитное поле лишено симметрии.

Применим *метод ДИ*. Исходная модель – поверхностно распределённый ток – задана в условии. Разделив трубку на столь узкие кольца, чтобы каждое из них можно было принять за тонкий круговой проводник, представим исходную модель совокупностью моделей линейного кругового тока. Одно из колец шириной  $dx$ , находящееся на расстоянии  $x$  от произвольной точки  $A_1$ , в которой определяется модуль вектора индукции, отмечено на рисунке штриховыми линиями.

Элементарный ток этого узкого кольца

$$dI = \frac{I}{\ell} dx \quad (1.18)$$

создаёт (см. в табл. 1.1 формулу для расчёта индукции на оси кругового витка радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от центра витка) в точке  $A_1$  элементарную индукцию

$$dB = \frac{\mu_0 IR^2}{2\ell(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot dx. \quad (1.19)$$

За переменную интегрирования примем угол  $\alpha$ , под которым радиус каждого узкого кольца виден из точки  $A_1$ . Установим связь между переменной интегрирования и величинами, входящими в уравнение (1.19). Из  $\Delta A_1 DC$  следует:

$$x = R \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad dx = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha, \quad R^2 + x^2 = \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}. \quad (1.20)$$

Подставляя (1.20) в (1.19), получим:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{2\ell} d\alpha,$$

откуда после интегрирования будем иметь:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{2\ell} \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\ell} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.21)$$

Соотношение (1.21) справедливо не только для точек, лежащих внутри трубки. Оно справедливо и для точек (например,  $A_2$ ), лежащих на оси трубки вне её.

**Задача 36.** Тонкий равномерно заряженный диск вращается вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 1.15, а). Определить индукцию магнитного поля в центре диска, если радиус диска  $R$ , а поверхностная плотность заряда  $\sigma$ .

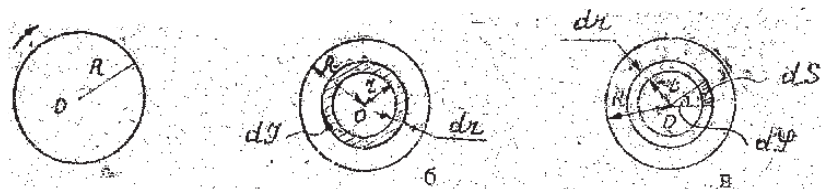


Рис. 1.15



### Решение

Решим задачу *методом ДИ*. Рассматриваемой ситуацией можно представить либо модель поверхностно распределённого тока, либо модель движущегося поверхностно распределённого заряда. В соответствии с этим задачу можно решить двумя способами:

1. Заменим заряженный вращающийся диск моделью поверхностно распределённого тока. Эту модель, разделив диск на столь узкие кольцевые зоны, чтобы каждую из них можно было принять за тонкий кольцевой проводник, представим совокупностью моделей линейного кругового тока. Одно из таких колец радиусом  $r$  и шириной  $dr$  показано на рис. 1.15, б. Ток такого кольца  $dI$  создаёт (см. в табл. 1.1 формулу для расчёта индукции в центре кругового витка) в точке  $O$  индукцию

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot dI}{2r} . \quad (1.22)$$

Выбрав в качестве переменной интегрирования величину  $dr$ , выразим  $dI$  через  $dr$  и параметры, заданные в условии задачи. По определению  $I = \frac{dq}{dt}$ . Применительно к нашему случаю эта формула запишется так:

$$dI = \frac{dq}{T} , \quad (1.23)$$

где

$$dq = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} . \quad (1.24)$$

Подставляя соотношения (1.24) в (1.23), получим:

$$dI = \sigma \cdot \omega \cdot r \cdot dr . \quad (1.25)$$

Подставив (1.25) в (1.22), будем иметь:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega}{2} \cdot dr . \quad (1.26)$$

Интегрируя (1.26), получим:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega}{2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega \cdot R}{2}. \quad (1.27)$$

2. Заменим заряженный вращающийся диск моделью движущегося поверхностно распределённого заряда. Эту модель, разделив диск на элементы  $dS$ , несущие заряд  $dq$ , представим совокупностью моделей точечных зарядов. Деление на элементы  $dS$  выполним следующим образом: сначала разделим диск на кольцевые зоны шириной  $dr$ , а затем радиальными прямыми, исходящими из точки  $O$ , на элементы  $dS$ . Радиальные прямые проведём таким образом, чтобы угол между двумя соседними прямыми был равен  $d\varphi$ .

Поскольку площадь  $dS$  мала, будем считать её прямоугольником. Тогда (см. рисунок 1.15, в)

$$dS = r \cdot d\varphi \cdot dr, \quad (1.28)$$

где  $r$  – расстояние от элемента до точки  $O$ .

Заряд  $dq$  этого элемента создаёт в точке  $O$  индукцию

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{dq \cdot v}{r^2}, \quad (1.29)$$

$$v = \omega \cdot r; \quad (1.30)$$

где  $v$  – линейная скорость заряда  $dq$ .

Выберем в качестве переменных интегрирования величины  $dr$  и  $d\varphi$  и выразим  $dq$  через параметры, заданные в условии задачи, и переменные интегрирования:

$$dq = \sigma \cdot dS.$$

Подставив в эту формулу (1.28), будем иметь:

$$dq = \sigma \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr. \quad (1.31)$$

Наконец, подставив (1.31) и (1.30) в (1.29), получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \sigma \cdot \omega \cdot d\varphi \cdot dr, \quad (1.32)$$

откуда после интегрирования:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \sigma \cdot \omega \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega \cdot R}{2}. \quad (1.33)$$

Сравнивая (1.27) и (1.33), видим, что результат, естественно, одинаков.

**Задача 3в.** Очень длинный прямой соленоид имеет радиус сечения  $R$  и  $n$  витков на единицу длины. По соленоиду течёт постоянный ток  $I$ . Пусть  $x$  – расстояние, отсчитываемое вдоль оси соленоида от его торца. Найти индукцию магнитного поля на оси как функцию  $x$ .

*Решение*

Заменим реальный ток соленоида моделью поверхностно распределённого тока и, разделив соленоид на столь узкие кольца, чтобы каждое из них можно было принять за тонкий круговой проводник, представим эту модель совокупностью моделей линейного кругового тока. Одно из таких колец шириной  $dx$ , находящееся на расстоянии  $x_D$  от торца соленоида, показано на рис. 1.16. Его ток  $dI$  создаёт (см. табл. 1.2) в произвольной точке  $C$ , лежащей на расстоянии  $x$  от торца, магнитную индукцию

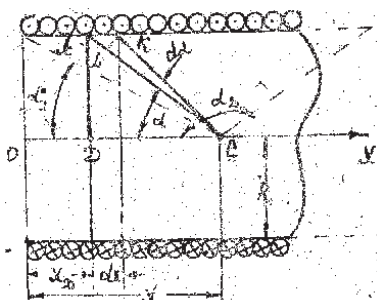


Рис. 1.16

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{R^2}{\left[ R^2 + (x - x_D)^2 \right]^{3/2}} \cdot dI. \quad (1.34)$$

Примем в качестве переменной интегрирования угол  $\alpha$ , под которым радиус каждого узкого кольца виден из точки  $C$ , и выразим величины, входящие в (1.34), че-

рез эту переменную и параметры, заданные в условии задачи:

$$dI = I \cdot n \cdot dx . \quad (1.35)$$

Из  $\Delta ALK$  следует:

$$dx = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin \alpha} , \quad (1.36)$$

где  $r$  – расстояние от точки  $C$  до элемента  $dx$  ( $AC$ ).

В свою очередь,  $r$  определяется из  $\Delta CAD$  :

$$r = \frac{R}{\sin \alpha} . \quad (1.37)$$

Подставляя (1.37) в (1.36), а затем полученный результат в (1.35), будем иметь:

$$dI = \frac{I \cdot n \cdot R}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha . \quad (1.38)$$

Из того же  $\Delta CAD$  , видно, что

$$\frac{R^3}{\left[ R^2 + (x - x_D)^2 \right]^{3/2}} = \sin^3 \alpha . \quad (1.39)$$

Наконец, подставив (1.38) и (1.39) в (1.34), получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{\sin^3 \alpha \cdot I \cdot n \cdot R}{R \cdot \sin^2 \alpha} \cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{2} \cdot I \cdot n \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha . \quad (1.40)$$

Из (1.40) после интегрирования будем иметь:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{2} \cdot I \cdot n (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) . \quad (1.41)$$

Чтобы получить закон, по которому меняется индукция в зависимости от  $x$ , проанализируем (1.41). С ростом  $x$   $\alpha_2 \rightarrow \pi$ , а  $\cos \pi = -1$ ,  $\cos \alpha_1 = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$ . Подставив эти результаты в (1.41), окончательно будем иметь:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2} \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) .$$

**Задача 3 г.** Определить модуль и направление вектора  $\vec{B}$  магнитного поля безграничной плоскости, по которой течёт ток с линейной плотностью  $j_{\text{лин}}$ , одинаковой во всех точках плоскости.

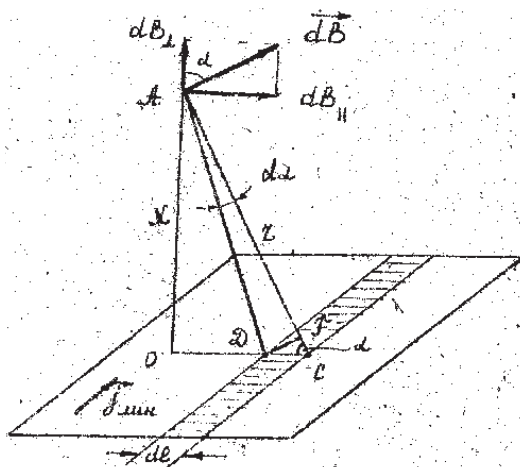


Рис. 1.17

### Решение

Данная задача может быть решена либо методом ДИ, либо с помощью закона полного тока.

1. Метод ДИ. В условии задачи задана модель поверхностно распределённого тока. Представим её совокупностью моделей прямого линейного тока. Для этого разделим плоскость на столь узкие полосы шириной  $d\ell$ , чтобы каждую из них можно было принять за тонкий прямолинейный проводник. Одна из таких полос, находящаяся на расстоянии  $r$  от произвольной точки  $A$ , в которой будем определять величину и направление вектора индукции, заштрихована на рис. 1.17. Её ток  $dI$  создаёт (см. табл. 1.2) в точке  $A$  индукцию

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot dI. \quad (1.42)$$

Поскольку  $d\vec{B}$  – вектор, направления которого различны для различных полос, разложим  $d\vec{B}$  на две составляющие – перпендикулярную и параллельную плоскости:

$$dB_{\perp} = dB \cdot \cos \alpha ; \quad (1.43)$$

$$dB_{\parallel} = dB \cdot \sin \alpha = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot \sin \alpha \cdot dI . \quad (1.44)$$

Примем за переменную интегрирования угол  $\alpha$ . Из рисунка нетрудно видеть, что  $\alpha$  меняется в пределах от 0 до  $\pi$ . Тогда

$$dB_{\perp} = \int_0^{\pi} dB \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = 0 ,$$

так как  $\int_0^{\pi} \cos \alpha \cdot d\alpha = 0$ .

Чтобы вычислить  $dB_{\parallel}$ , выразим  $dI$  через переменную интегрирования и параметры, заданные в условии. Очевидно, что

$$dI = j_{\text{лин}} \cdot d\ell . \quad (1.45)$$

$$\text{Из } \triangle CDF : \quad d\ell = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin \alpha} . \quad (1.46)$$

$$\text{Из } \triangle ACD : \quad r = \frac{x}{\sin \alpha} . \quad (1.47)$$

Подставив (1.47) в (1.46), а полученный результат в (1.45), будем иметь:

$$dI = \frac{j_{\text{лин}} \cdot x}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha . \quad (1.48)$$

Наконец, подставляя (1.48) в (1.44) с учётом (1.47), получаем:

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 \cdot \sin^2 \alpha \cdot j_{\text{лин}} \cdot x}{2\pi \cdot x \cdot \sin^2 \alpha} \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \cdot j_{\text{лин}}}{2\pi} \cdot d\alpha, \quad (1.49)$$

откуда после интегрирования будем иметь:

$$B = B_{\Pi} = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 \cdot j_{\text{лин}}}{2\pi} \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \cdot j_{\text{лин}}}{2}. \quad (1.50)$$

2. Применим закон *полного тока*. Найдём величину индукции в той же точке  $A$ . Для этого проведём через неё контур интегрирования в виде симметрично расположенного относительно плоскости с током прямоугольника и вычислим для него циркуляцию вектора  $\vec{B}$  и охватываемый им ток (см. табл. 1.2). Обходя контур интегрирования против часовой стрелки, будем иметь:

$$\oint_L \vec{B}_\ell \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 \vec{B}_\ell \cdot d\vec{\ell} + \int_2^3 \vec{B}_\ell \cdot d\vec{\ell} + \int_3^4 \vec{B}_\ell \cdot d\vec{\ell} + \int_4^1 \vec{B}_\ell \cdot d\vec{\ell}.$$

Поскольку в нашем случае магнитное поле однородно, вектор  $\vec{B} = \text{const}$  и направлен так, как это показано на рис. 1.18.

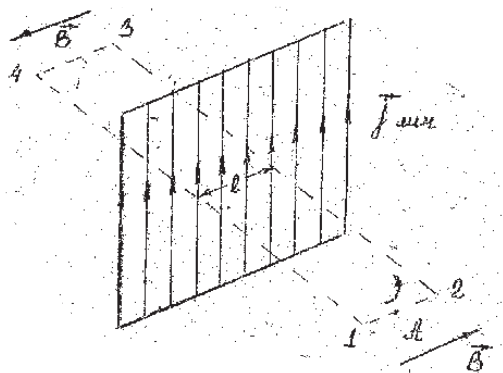


Рис. 1.18

Из этого следует, что второй и четвёртый интегралы равны нулю, так как на участках 2–3 и 4–1 угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{\ell}$  равен  $90^\circ$ . Интегралы же первый и четвёртый равны  $B\ell$ , так как на участках 1–2 и 3–4 угол между  $\vec{B}$  и  $d\vec{\ell}$  равен нулю. С учётом сказанного  $\oint_L \vec{B}_\ell d\ell = 2B\ell$ . Ток, ох-

ватываемый контуром, очевидно, будет равен  $j_{\text{лин}} \ell$ . Подставив эти результаты в закон полного тока, будем иметь:

$$2B\ell = \mu_0 \cdot j_{\text{лин}} \cdot \ell,$$

откуда  $B = \frac{\mu_0 \cdot j_{\text{лин}}}{2}$ , что, естественно, совпадает с (1.50). Сравнивая первый и второй методы решения, видим, что второй в данном случае значительно проще.

**Задача 4а.** В каком из указанных случаев (рис. 1.19) циркуляция вектора индукции равна нулю и в каком она максимальна?

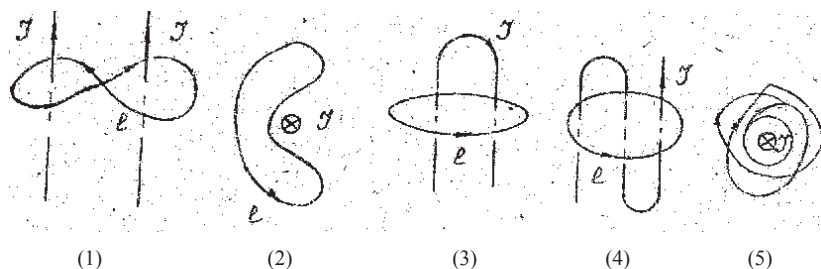


Рис. 1.19

**Задача 4б.** В каком из указанных случаев на рис. 1.20 циркуляция вектора  $\vec{B}$  наибольшая, если токи  $I$  во всех проводниках одинаковы?

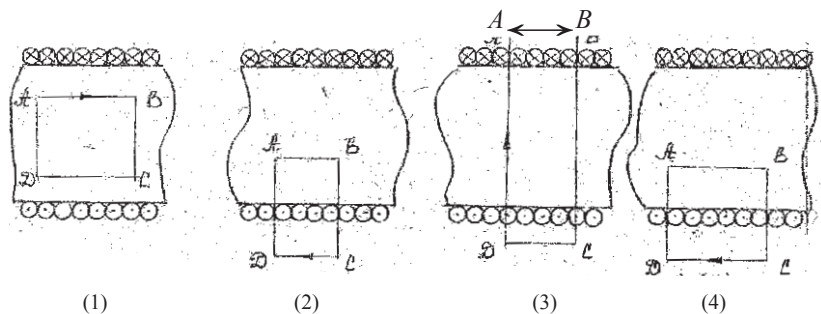


Рис. 1.20



**Задача 4в.** Имеем бесконечно длинный стержень радиусом  $R$ , через сечение которого течёт ток плотностью  $j$  (рис. 1.21). Выберем замкнутый контур, совпадающий с одной из линий индукции. Будет ли изменяться циркуляция вектора магнитной индукции с ростом радиуса контура  $r$ , если: а)  $r < R$ ; б)  $r > R$ ?



Рис. 1.21

**Задача 4 г.** По сплошному цилиндрическому проводнику радиусом  $R$  течёт ток плотности  $j$  (см. рис. 1.22). Определить индукцию магнитного поля внутри и вне проводника.

*Решение*

Поскольку в рассматриваемом случае магнитное поле создаётся симметричным током, для нахождения индукции применим закон полного тока. Выберем внутри проводника произвольную точку  $A_1$ , лежащую на расстоянии  $r_1$  от оси проводника, а вне его произвольную точку  $A_2$ , лежащую на расстоянии  $r_2$  от той же оси (рис. 1.22), и вычислим в них величину индукции магнитного поля. Для этого проведём через рассматриваемые точки контуры интегрирования в форме окружностей, показанных на рис. 1.22 пунктирными линиями, и вычислим для них циркуляцию вектора  $\vec{B}$  и ток, охватываемый ими (см. табл. 1.2). В результате для контура, проходящего через точку  $A_1$ , будем иметь:  $B_1 \cdot 2\pi r_1 = \mu_0 \cdot j \cdot \pi r_1^2$ .

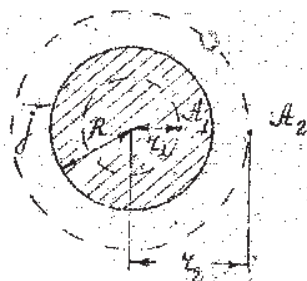


Рис. 1.22

Отсюда следует, что

$$B_1 = \frac{1}{2} \mu_0 j r_1. \quad (1.51)$$

Для контура, проходящего через точку  $A_2$ , получим:

$$B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 \cdot j \cdot \pi R^2.$$

Следовательно, магнитное поле вне проводника

$$B_2 = \frac{\mu_0 j R^2}{2r_2}. \quad (1.52)$$

Из (1.51) и (1.52) следует, что индукция внутри и вне проводника зависит от расстояния  $r$ . График этой зависимости представлен на рис. 1.23.

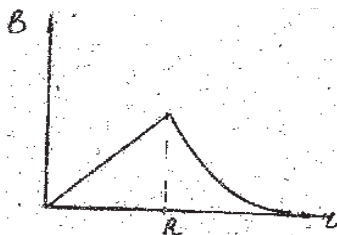


Рис. 1.23

**Задача 4д.** Внутри однородного прямого провода круглого сечения имеется длинная цилиндрическая полость, ось которой параллельна оси провода и смещена относительно последней на расстояние  $b$  (рис. 1.24, а). По проводу течёт ток плотности  $j$ . Найти вектор индукции магнитного поля внутри полости.

*Решение*

В рассматриваемом случае ток *асимметричен*. Но если мысленно заполнить цилиндрическую полость веществом провода и считать, что там течёт ток той же плотности, то мы получим симметричную модель — цилиндр (см. рис. 1.24, б), через поперечное сечение которого течёт ток. По принципу суперпозиции магнитная индукция  $\vec{B}_1$ , создаваемая таким током в произвольной точке  $C$ , равна  $\vec{B}_1 = \vec{B}_0 + \vec{B}_2$ , где  $\vec{B}_2$  — магнитная индукция поля, создаваемого цилиндром

меньшего радиуса в точке  $C$ , а  $\vec{B}_0$  – магнитная индукция поля, создаваемого в точке  $C$  рассматриваемым в задаче цилиндром с полостью. Из последнего соотношения следует:

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 - \vec{B}_2. \quad (1.53)$$

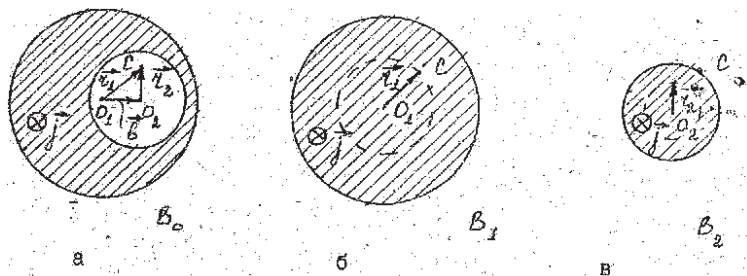


Рис. 1.24

Величины  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  найдём по закону полного тока. Для этого проведём через точку  $C$  контуры интегрирования в форме окружностей (см. рис. 1.24, б и в) и вычислим для них циркуляцию вектора  $\vec{B}$  и ток, охватываемый ими. В результате получим:

1) для цилиндра большего радиуса

$$B_1 \cdot 2\pi r_1 = \mu_0 \cdot j \cdot \pi r_1^2,$$

откуда  $B_1 = \frac{\mu_0}{2} \cdot j \cdot r_1$ .

Или в векторной форме:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2} [\vec{j} \times \vec{r}_1]. \quad (1.54)$$

2) для цилиндра меньшего радиуса

$$B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 \cdot j \cdot \pi r_2^2,$$

откуда  $B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot j \cdot r_2$ .

Или в векторной форме:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2} [\vec{j} \times \vec{r}_2]. \quad (1.55)$$

Подставляя (1.54) и (1.55) в (1.53), будем иметь:

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{2} [\vec{j} \times \vec{r}_1] - \frac{\mu_0}{2} [\vec{j} \times \vec{r}_2] = \frac{\mu_0}{2} [\vec{j} \times \vec{b}],$$

поскольку из  $\Delta O_1 O_2 C$  следует, что  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{b}$ . Как видим, магнитная индукция в полости не зависит от положения  $C$ , т.е. поле в полости однородно.

**Задача 5а.** Прямоугольная рамка с током  $I_2$  и прямой бесконечный ток  $I_1$  расположены в одной плоскости (рис. 1.25) так, что сторона  $a$  параллельна прямому току и отстоит от него на расстоянии  $r = 0,1b$ , где  $b$  — длина другой стороны рамки. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы повернуть рамку вокруг оси  $OO'$ , параллельной прямому току и проходящей через середины сторон  $b$ , на угол  $90^\circ$ .

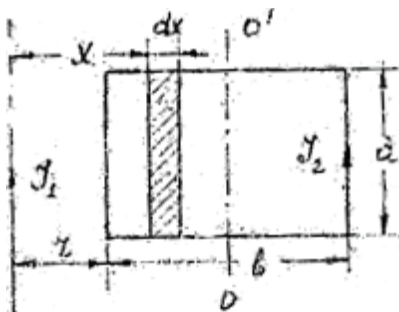


Рис. 1.25

*Решение*

Работу можно определить по соотношению

$$A = I_2 \cdot \Delta \Phi. \quad (1.56)$$

Отсюда следует, что для решения задачи необходимо найти изменение магнитного потока  $\Delta \Phi$ . Из рис. 1.25 нетрудно видеть, что магнитный поток  $\Phi_1$  через рамку, создаваемый током  $I_1$ , максимален в начальном положении и равен нулю в конечном ( $\Phi_2 = 0$ ). Значит, чтобы рассчи-

тать  $\Delta\Phi$ , надо найти магнитный поток  $\Phi_1$  через рамку в начальном положении. Поскольку поле прямого бесконечного тока (см. табл. 1.1)

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r} \quad (1.57)$$

является неоднородным, для определения  $\Phi_1$  применим *метод ДИ*. Разделим площадь рамки на столь узкие полосы  $dx$ , чтобы в пределах каждой такой полосы можно было бы считать магнитное поле однородным. Тогда элементарный поток  $d\Phi$  через такую полосу (заштрихована на рис. 1.25), находящуюся на расстоянии  $x$  от прямого тока  $I_1$ , будет:

$$d\Phi = B \cdot dS = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi x} \cdot a \cdot dx. \quad (1.58)$$

Интегрируя (1.58), получим:

$$\Phi_1 = \int_{0,1b}^{0,1b+b} \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot a}{2\pi x} \cdot dx = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot a}{2\pi} \cdot \ln 11. \quad (1.59)$$

Подставляя (1.59) в (1.56), будем иметь:

$$A = I_2 \Delta\Phi = I_2 \Phi_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot a}{2\pi} \cdot \ln 11.$$

**Задача 56.** Квадратная рамка из тонкого провода массой  $m = 10$  г, по которой течёт ток  $I = 2$  А, может без трения вращаться относительно вертикальной оси  $OO'$ , проходящей через её центр перпендикулярно двум противоположным сторонам рамки (рис. 1.26). Рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией

$B = 0,1$  Т, направленной перпендикулярно плоскости чертежа. Определить период малых колебаний рамки около положения её устойчивого равновесия.

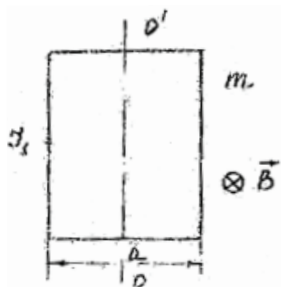


Рис. 1.26

### Решение

Малые колебания возникают в рассматриваемой системе при отклонении рамки от положения равновесия на малый угол  $\alpha$ . В этом случае действующие на рамку силы Ампера создают суммарный вращающий момент, стремящийся вернуть рамку в положение равновесия. Под действием этого момента рамка вращается в направлении положения равновесия, но из-за наличия у неё момента инерции  $I$  относительно оси  $OO'$  проскакивает это положение. Вследствие этого момент сил Ампера меняет своё направление, снова стремясь вернуть рамку в положение равновесия, и т.д.

Чтобы определить период возникших таким образом колебаний, найдём дифференциальное уравнение, описывающее эти колебания.

Поскольку рамка вращается вокруг неподвижной оси, в качестве исходного возьмём уравнение

$$\vec{M} = I_{\text{ин}} \vec{\varepsilon}.$$

Учитывая, что вектор  $\vec{M}$  противоположен вектору  $\vec{\alpha}$ , в скалярной форме будем иметь:

$$-M = I_{\text{ин}} \varepsilon, \quad (1.60)$$

где  $M = P_m \cdot B \cdot \sin \alpha$  — момент сил Ампера; (1.61)

$$\varepsilon = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \text{ — угловое ускорение;} \quad (1.62)$$

$P_m$  — магнитный момент рамки, равный

$$P_m = I \cdot S = I \cdot a^2, \quad (1.63)$$

где  $a$  — сторона рамки.

С учётом (1.63)

$$M = I \cdot a^2 \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (1.64)$$

Момент инерции рамки

$$I_{\text{ин}} = 2 \cdot \frac{m}{4} \cdot \frac{a^2}{4} + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{m}{4} \cdot a^2 = \frac{1}{6} \cdot m \cdot a^2. \quad (1.65)$$

Подставляя (1.62), (1.64) и (1.65) в (1.60), получим:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{6IB}{m} \cdot \sin \alpha = 0.$$

Для малых углов  $\sin \alpha = \alpha$ . С учётом этого будем иметь:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{6IB}{m} \cdot \alpha = 0. \quad (1.66)$$

Сравнивая (1.66) с уравнением  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ , описывающим гармонические колебания, видим, что рамка совершает гармонические колебания с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{6IB}{m}}. \quad (1.67)$$

Тогда период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{6IB}} = 0,57 \text{ с}.$$

### Анализ и решение качественных задач

**Задача 2а** (см. рис. 1.10). Индукция магнитного поля в центре витка определяется (см. табл. 1.1) по формуле  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ . Вектор индукции перпендикулярен плоскости и направлен на нас. Радиус новых витков уменьшился в 2 раза и, следовательно, в 2 раза увеличилась индукция  $B_1$  и  $B_2$ , создаваемая в центре каждого из них. При наложении витков токи в них совпадают по направлению, а значит, совпадают по направлению и векторы  $B_1$  и  $B_2$ . Отсюда следует, что индукция во втором случае будет в 4 раза больше, чем в первом.

**Задача 2б** (см. рис. 1.11, *а*). По принципу суперпозиции индукция в точке  $O$   $\vec{B}_a = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ , где  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  – индукции, создаваемые соответственно проводниками 1 и 2. Из закона Био – Савара (1.3) следует, что  $B_1 = 0$ , так как угол между  $d\vec{\ell}$  и  $\vec{r}$  равен нулю, а  $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ , так как  $\alpha_1 = 90^\circ$ . Подставляя  $B_2$  в формулу для  $B_a$ , получим:

$$B_a = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Рис. 1.11, *б*: индукция в точке  $O$   $\vec{B}_6 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ , где  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$  – векторы индукции, создаваемые соответствующими проводниками. Из вышесказанного следует:  $B_1 = B_3 = 0$ . Тогда  $B_6$  равна индукции, создаваемой полуокружностью:

$$B_6 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Рис. 1.11, *в*: индукция в точке  $O$  равна сумме индукций, создаваемых тремя проводниками:  $\vec{B}_b = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ . На основании изложенного  $B_3 = 0$ ,  $B_1$  и  $B_2$  сонаправлены. Тогда

$$B_b = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Сравнивая  $B_a$ ,  $B_6$  и  $B_b$ , видим, что индукция минимальна в случае, представленном на рис. 11, *а*.

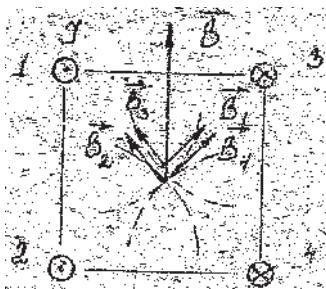


Рис. 1.27

**Задача 2в.** Индукция магнитного поля в точке  $O$  равна векторной сумме индукций магнитных полей, созданных токами 1, 2, 3, 4. Направление векторов магнитной индукции определяется по правилу буравчика. Из рис. 1.27 видно, что результирующий вектор магнитной индукции направлен вверх.



**Задача 4а** (см. рис. 1.19). По закону полного тока циркуляция вектора магнитной индукции равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром, умноженной на  $\varphi_0$ . В соответствии с этим определением  $\oint_L B_i d\ell = 0$  в первом, втором и третьем случаях. В первом случае это обусловлено тем, что направление обхода по контуру для обоих токов противоположно, во втором – тем, что контур не охватывает тока, наконец, в третьем – равна нулю алгебраическая сумма токов.  $\oint_L B_i d\ell = \mu_0 I$  – в четвёртом случае и  $\oint_L B_i d\ell = 2\mu_0 I$  – в пятом. В пятом случае циркуляция вдвое больше, чем в четвёртом, так как контур охватывает ток дважды.

**Задача 4б** (см. рис. 1.20).  $\oint_L B_i d\ell = \mu_0 \sum I_i$  – циркуляция вектора  $\vec{B}$  наибольшая в четвёртом случае, так как сумма охватываемых контуром  $ABCD$  токов равна  $\mu_0 \sum I_i = \mu_0 IN$ , где  $N$  – число проводников с током, а в четвёртом случае оно в 1,5 больше, чем во втором. В первом и третьем случаях  $\oint_L B_i d\ell = 0$ , так как в первом случае контур не охватывает тока, а в третьем хотя и охватывает проводники с током, но в половине из них идёт в положительном направлении, в половине – в отрицательном. В результате  $\sum I_i = 0$ .

**Задача 4 в** (см. рис. 1.21). Увеличение радиуса внутри стержня приведёт к возрастанию циркуляции вектора  $\vec{B}$ , так как растёт величина охватываемого им тока ( $I = jS$ ). Увеличение же радиуса контура, находящегося вне стержня, не изменит величину циркуляции.

## 2. СИЛА ЛОРЕНЦА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### 2.1. Основные понятия и соотношения

*Сила Лоренца* – это полная электромагнитная сила  $\vec{F}$ , действующая на движущийся электрический заряд  $q$  в электромагнитном поле. Она складывается из электрической силы  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  и магнитной  $\vec{F}_m = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ :

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (2.1)$$

где  $\vec{E}$  – вектор напряжённости электрического поля;

$\vec{B}$  – вектор магнитной индукции;

$\vec{v}$  – скорость движения заряда.

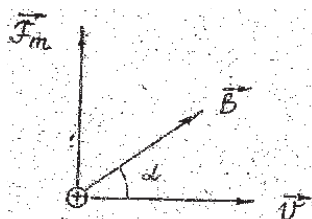


Рис. 2.1

В случае положительного заряда направление электрической составляющей силы Лоренца совпадает с направлением напряжённости  $\vec{E}$  электрического поля, а направление магнитной индукции определяется правилом векторного произведения векторов

$\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , согласно которому вектор  $\vec{F}_m$  будет перпендикулярен векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . В случае отрицательного заряда данные силы будут иметь противоположное направление. На рис. 2.1 указано направление магнитной силы для положительного заряда. Модуль электрической силы равен  $qE$ , а модуль магнитной –  $qvB \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – наименьший угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Вследствие ортогональности векторов  $\vec{F}_m$  и  $\vec{v}$  магнитная сила не меняет абсолютной величины скорости заряда и, следовательно, не совершает работы над зарядом. Менять абсолютную величину скорости заряда и совершать работу над зарядом может только электрическая сила  $\vec{F}_e$ .

Рассмотрим, каким образом можно, используя основной закон нерелятивистской динамики

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (2.2)$$

описать движение заряда в однородном электрическом и однородном магнитном полях. Для описания движения заряда в однородном электрическом поле удобно разбить скорость заряда  $\vec{v}$  на две составляющие  $\vec{v}_{||}$  и  $\vec{v}_{\perp}$ , одна из которых  $\vec{v}_{||}$  направлена вдоль напряжённости  $\vec{E}$ , а вторая  $\vec{v}_{\perp}$  — перпендикулярно  $\vec{E}$ . Согласно (2.2), скорость изменения этих составляющих со временем будет описываться уравнениями

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = 0; \quad m \frac{d\vec{v}_{||}}{dt} = q\vec{E}. \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует, что проекция скорости  $\vec{v}$  на выделенные направления будет определяться выражениями:

$$v_{\perp} = \text{const}; \quad v_{||} = \frac{qE}{m} \cdot t + C, \quad (2.4)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

Таким же образом, разделив скорость заряда  $\vec{v}$  на две составляющие  $\vec{v}_{||}$  и  $\vec{v}_{\perp}$ , можно описать его движение и в однородном магнитном поле. Скорость изменения со временем составляющей  $\vec{v}_{||}$ , направленной вдоль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , и составляющей  $\vec{v}_{\perp}$ , направленной перпендикулярно  $\vec{B}$ , в этом случае будет определяться уравнениями

$$m \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = q[\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}]; \quad \frac{d\vec{v}_{||}}{dt} = 0. \quad (2.5)$$

Первое из этих уравнений описывает движение заряда по окружности с постоянной по модулю скоростью  $v_{\perp}$  так, как это показано на рис. 2.2 (предполагается, что заряд является положительным).

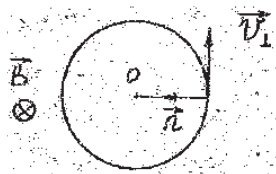


Рис. 2.2

Ускорение заряда при этом совпадает с нормальным ускорением, т.е. определяется выражением

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{v_{\perp}^2}{R} \cdot \vec{n},$$

где  $R$  – радиус окружности, а  $\vec{n}$  – единичный вектор, направленный к центру окружности  $O$ .

Второе уравнение из (2.5) описывает движение заряда с постоянной скоростью вдоль поля  $\vec{B}$ . Подставляя в первое уравнение из (2.5) выражение для  $\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt}$  и вычисляя модуль левой и правой части, получим для составляющих скорости  $\vec{v}$  выражения:

$$v_{\perp} = \frac{|q|BR}{m}; \quad v_{\parallel} = C, \quad (2.6)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Движение электрического заряда в скрещенных электрическом и магнитном полях качественно можно представить как комбинацию рассмотренных выше движений. Количественное же описание такого движения является в общем случае довольно сложной задачей.

*Электромагнитная индукция* – это явление возникновения электрического тока в замкнутом контуре за счёт изменения проходящего через поверхность, ограниченную этим контуром, магнитного потока  $\Phi$ :

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где  $B_n = B \cdot \cos \alpha$  – нормальная составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  на поверхности  $S$ , натянутой на контур;

$\alpha$  – угол между единичным вектором нормали  $\vec{n}$  к поверхности  $S$  и вектором  $\vec{B}$ .

Возникающий в контуре ток называется *индукционным*. Согласно *правилу Ленца*, индукционный ток всегда

направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

Появление индукционного тока означает, что при изменении магнитного потока в контуре возникает ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ . Величина и направление  $\varepsilon_i$  определяются *законом электромагнитной индукции*, согласно которому

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.7)$$

В этой формуле предполагается, что нормаль  $\vec{n}$  к поверхности контура  $S$  и направление обхода контура связаны друг с другом правилом правого винта (т.е. так, как это показано на рис. 2.3).

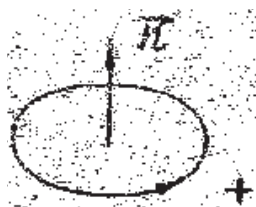


Рис. 2.3

При таком выборе  $\vec{n}$  величины  $\varepsilon_i$  и  $\frac{d\Phi}{dt}$  имеют разные знаки. Если замкнутый контур состоит из  $N$  витков, то ЭДС индукции в контуре будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каждом из витков. В частности, если магнитный поток через каждый из витков равен  $\Phi_1$ , то

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi_1}{dt}.$$

*Самоиндукция* – это явление возникновения ЭДС в замкнутом контуре с током за счёт изменения тока в контуре. Наличие тока в контуре приводит к появлению магнитного поля  $\vec{B}$  и, следовательно, магнитного потока  $\Phi$  через поверхность, ограниченную контуром. Величина последнего будет пропорциональна току в контуре  $I$ :

$$\Phi = L \cdot I, \quad (2.8)$$

где  $L$  – коэффициент, называемый *индуктивностью*.

Из (2.7) следует, что ЭДС индукции в этом случае будет:

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt}(L \cdot I). \quad (2.9)$$

Данную ЭДС называют ЭДС *самоиндукции*. В отсутствие ферромагнетиков коэффициент  $L$  в формуле (2.9) не зависит от тока  $I$  и может быть вынесен из-под знака производной по времени.

*Взаимная индукция* – это явление возникновения ЭДС в одном контуре за счёт изменения магнитного потока, обусловленного изменением тока, в другом контуре (рис. 2.4).

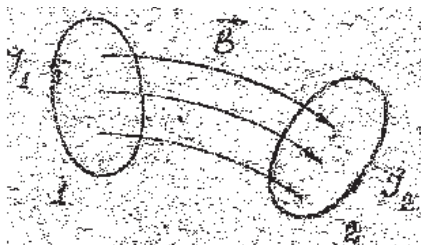


Рис. 2.4

Обозначим через  $I_1$  и  $I_2$  токи соответственно в первом и втором контурах. Тогда магнитные потоки, вызванные этими токами во втором и первом контуре, будут:

$$\Phi_1 = L_{12}I_2; \quad \Phi_2 = L_{21}I_1, \quad (2.10)$$

где  $L_{12}$  и  $L_{21}$  – коэффициенты, называемые *коэффициентами взаимной индукции*.

В соответствии с законом электромагнитной индукции ЭДС, возникающие в первом и втором контурах, будут определяться выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i_1} &= -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_{12}I_2); \\ \varepsilon_{i_2} &= -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_{21}I_1). \end{aligned} \quad (2.11)$$

В отсутствие ферромагнетиков коэффициенты  $L_{12}$  и  $L_{21}$  в этих выражениях могут быть вынесены из-под знака производной по времени. Заметим, что в этом случае  $L_{12} = L_{21}$ .

Магнитную энергию контура с током можно записать в виде

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} I \cdot \Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi^2}{L}, \quad (2.12)$$

а двух контуров с током – следующим образом:

$$W = \frac{1}{2} (L_1 I_1^2 + L_2 I_2^2 + L_{12} I_1 I_2 + L_{21} I_1 I_2), \quad (2.13)$$

где  $L_1$  – индуктивность первого контура;  $L_2$  – второго.

Формулы (2.12), (2.13) являются частным случаем более общей формулы для энергии магнитного поля:

$$W = \int_V \frac{(\vec{H}, \vec{B})}{2} dV, \quad (2.14)$$

где  $\vec{H}$  – напряжённость магнитного поля, связанная с магнитной индукцией  $\vec{B}$  соотношением  $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$ .

Стоящую под знаком интеграла в (2.14) величину  $w = \frac{(\vec{H}, \vec{B})}{2}$  называют плотностью энергии магнитного поля.

В заключение приведём табл. 2.1, в которой собран ряд формул, встречающихся в задачах, связанных с вычислением силы Лоренца и ЭДС индукции.

Таблица 2.1

Физическая величина	Формула	Обозначение
1	2	3
Связь скорости $v$ частицы с ускоряющей разностью потенциалов $U$ (нерелятивистский случай)	$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$	$q$ – заряд частицы; $m$ – масса частицы
Период вращения $T$ и шаг винтовой линии $h$ при движении частицы в однородном магнитном поле $\vec{B}$	$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB};$ $h = v_{\parallel} \cdot T = \frac{2\pi v_{\parallel}}{qB}$	$v_{\parallel}$ и $v_{\perp}$ – составляющие скорости частицы, направленные вдоль поля и перпендикулярно полю; $R$ – радиус окружности
1	2	3

Магнитный поток $\Phi$ через замкнутый контур в однородном магнитном поле $\vec{B}$	$\Phi = BS \cdot \cos \alpha = B_n S$	$S$ – площадь контура; $\alpha$ – угол между нормалью к поверхности контура и направлением магнитного поля
Индуктивность соленоида $L$	$L = \mu_0 \mu n^2 V$	$n$ – число витков на единицу длины; $V$ – объём соленоида
Плотность энергии магнитного поля в соленоиде	$w = \frac{\mu_0 \mu n^2 I^2}{2}$	$I$ – ток, текущий по соленоиду
Уравнение движения заряда в проекциях на координатные оси при $B_x = B_y = 0$ и $\vec{E} = 0$	$m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B_z;$ $m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B_z;$ $m \frac{dv_z}{dt} = 0$	$v_x, v_y, v_z$ – проекции вектора скорости движения заряда на координатные оси; $B_x, B_y, B_z$ – проекции вектора магнитной индукции на координатные оси

## 2.2. Классификация задач и пути их решения

Встречающиеся в данном разделе задачи можно разделить на пять типов.

1. Задачи, связанные с использованием понятия силы Лоренца для нахождения кинематических характеристик заряда, движущегося в заданном электромагнитном поле (и обратные задачи).

2. Комбинированные задачи, в которых сначала требуется найти электромагнитное поле, а затем (используя понятие силы Лоренца) кинематические характеристики заряда, движущегося в данном поле.

3. Задачи, связанные с использованием закона электромагнитной индукции для нахождения электрических характеристик систем в заданном магнитном поле (и обратные задачи).



4. Комбинированные задачи, в которых сначала требуется найти магнитное поле, а затем (используя закон электромагнитной индукции) электрические характеристики систем в данном поле.

5. Задачи, в которых рассматриваются вопросы вычисления коэффициентов индукции, энергии магнитного поля и т.д.

Задачи *первого типа* решаются непосредственно путём интегрирования уравнений движения заряда (2.2). При наличии однородного электрического или магнитного поля результатом интегрирования будут являться соотношения (2.4), (2.6), определяющие скорость движения заряда в данных полях.

В задачах *второго типа* сначала определяется электромагнитное поле, создаваемое, как правило, системой проводников с током. После этого путём интегрирования уравнений движения (2.2) находится скорость движения заряда в данном поле.

Задачи *третьего типа* решаются также в два этапа. Сначала определяются магнитный поток через контур (или систему контуров) и его зависимость от времени. Затем на основе закона электромагнитной индукции (2.7) находятся ЭДС индукции и другие электрические характеристики контура (или системы контуров).

Наиболее сложными являются задачи *четвёртого типа*. В этих задачах сначала ищется магнитное поле, создаваемое системой проводников с током, а затем – магнитный поток через заданный контур (или систему контуров). После этого с помощью (2.7) определяется ЭДС индукции и другие электрические характеристики контура (или системы контуров). Затем, что в ряде задач подобного типа выражение для магнитного потока через заданный контур (или систему контуров) может быть получено непосредственно из (2.8), (2.10).

В задачах *пятого типа* расчёт коэффициентов индукции системы контуров ведётся в такой последовательности. Задаётся ток в каком-либо контуре и отыскивается магнитное поле, создаваемое этим током. После этого находятся магнитные потоки, проходящие через контуры. Затем с помощью (2.10) или (2.8) находятся коэффициенты индукции (или самоиндукции). Вычисление энергии магнитного потока осуществляется, как правило, на основе прямого использования формул (2.12) – (2.14).

### 2.3. Примеры решения задач

В данном разделе рассмотрены:

- две задачи первого типа;
- одна задача второго типа;
- две задачи третьего типа;
- одна задача четвёртого типа;
- одна задача пятого типа.

Номера задач в тексте соответствуют номерам типов.

**Задача 1.** Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 10^3$  В, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно направлению движению электрона. Индукция магнитного поля  $B = 1,19 \cdot 10^{-3}$  Т. Найти радиус окружности  $R$ , по которой движется электрон, и период обращения  $T$ .

*Решение*

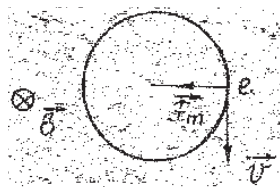


Рис. 2.5

Траектория движения электрона в этом случае будет представлять собой окружность, показанную на рис. 2.5.

Это связано с тем, что магнитная сила, действующая на электрон, будет являться центростремительной. Вели-

чина этой силы определяется выражением  $F_m = eUB$ , где  $e$  – заряд электрона, а  $v$  – его скорость. Поэтому в соответствии с уравнением движения  $F = ma$ , где  $a_n = \frac{v^2}{R}$  – нормальное ускорение, а  $m$  – масса электрона, можно записать:

$$evB = m \frac{v^2}{R},$$

откуда следует, что  $R = \frac{mv}{eB}$ .

Нетрудно заметить, что последняя формула является частным случаем первой формулы из (2.6). Подставляя в эту формулу выражение для скорости электрона  $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ , получим:

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Период обращения электрона можно найти по формуле  $T = \frac{2\pi R}{v}$ . Подставляя в эту формулу выражение для  $R = \frac{mv}{eB}$ , будем иметь:

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

**Задача 16.** Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 6 \cdot 10^3 \text{ В}$ , влетел в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению поля и движется по винтовой траектории. Индукция магнитного поля  $B = 13 \text{ мТ}$ . Найти радиус  $R$  и шаг  $h$  винтовой траектории.

*Решение*

Траектория движения электрона задана и представляет собой винтовую линию, изображённую на рис. 2.6.

Электрон влетает в магнитное поле со скоростью  $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ , где  $e$  –

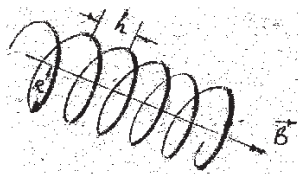


Рис. 2.6

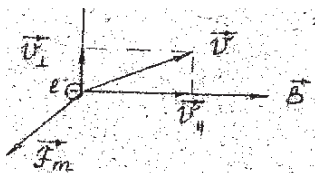


Рис. 2.7

заряд электрона, а  $m$  – его масса. Разложим вектор скорости электрона  $\vec{v}$  на две составляющие (рис. 2.7), одна из которых  $v_{||}$  направлена вдоль поля  $\vec{B}$ , а вторая  $v_{\perp}$  – перпендикулярна полю  $\vec{B}$ . Абсолютная величина этих составляющих определяется выражениями

$$v_{||} = v \cdot \cos \alpha; v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha.$$

Благодаря наличию составляющей скорости  $v_{\perp}$  на электрон будет действовать магнитная сила  $F_m = ev_{\perp}B$ , которая заставляет его двигаться по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ . Радиус этой окружности определяется из условия  $\frac{mv_{\perp}^2}{R} = 2v_{\perp}B$ , откуда

$$R = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{eB}.$$

Подставляя в последнюю формулу выражения для  $v$ , получим:

$$R = \frac{\sin \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = 10^{-2} \text{ м}.$$

Шаг винтовой линии определяется формулой  $h = v_{||}T = vT \cdot \cos \alpha$ , где  $T$  – период обращения электрона. Подставляя в данную формулу выражение для

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R}{v \cdot \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{eB},$$

будем иметь:

$$h = \frac{2\pi mv \cdot \cos \alpha}{eB} = \frac{2\pi \cdot \cos \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = 0,11 \text{ м}.$$

**Задача 2а.** С поверхности цилиндрического провода радиусом  $R$ , по которому течёт постоянный ток  $I$ , вылетает электрон с начальной скоростью  $v_0$ , перпендикулярной по-

верхности провода. На какое максимальное расстояние  $r$  удалится электрон от оси провода, прежде чем повернуть обратно под действием магнитного поля тока?

Для решения задачи сначала необходимо найти магнитное поле провода с током. Вне провода оно совпадает с магнитным полем прямого тока. Поэтому в данном случае можно ограничиться анализом только уравнения движения электрона.

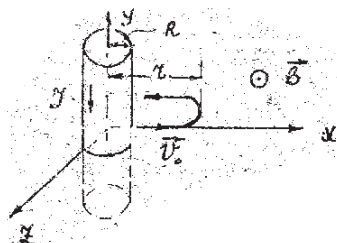


Рис. 2.8

Направим провод вдоль оси  $Y$ , начальную скорость электрона  $v_0$  – вдоль оси  $X$  и изобразим на рис. 2.8 примерную траекторию электрона. Очевидно, что эта траектория будет расположена в плоскости  $XOY$ , так как магнитное поле в этой плоскости направлено вдоль оси  $Z$ . Запишем затем спроектированное на ось  $Y$  уравнение движения электрона (2.2) (см. табл. 2.1):

$$m \frac{dv_y}{dt} = ev_x B,$$

где  $v_x$  и  $v_y$  – проекции скорости электрона на оси  $X$  и  $Y$ ;

$m$  – масса электрона;

$e$  – заряд электрона.

Подставим в данное уравнение выражение для  $B$ :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

и учтём, что

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_y}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv_y}{dx} \cdot v_x.$$

Тогда получим:

$$\frac{dv_y}{dx} = \frac{\mu_0 e I}{2\pi m x}.$$

Интегрируя последнее уравнение по  $X$  от точки  $x = R$ , где  $v_y = 0$  и  $v_x = v_0$ , до точки  $x = r$ , где  $v_y = v_0$  и  $v_x = 0$ , будем иметь:

$$v_0 = \frac{\mu_0 e I}{2\pi m} \int_R^r \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 e I}{2\pi m} \cdot \ln \frac{r}{R},$$

откуда следует, что

$$r = R \exp \frac{2\pi m v_0}{\mu_0 e I}.$$

**Задача 3а.** Магнитный поток, проходящий через поверхность рамки, изменяется со временем по закону, показанному на рис. 2.9. Качественно изобразить, как будет меняться ЭДС индукции, возникающая в рамке вследствие изменения магнитного потока.

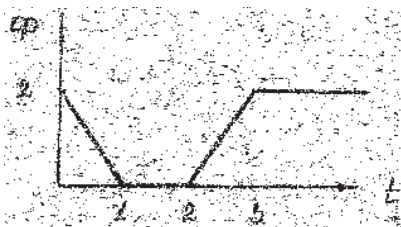


Рис. 2.9

*Решение*

Задача может быть решена путём прямого использования закона электромагнитной индукции (2.7). В соответствии с рис. 2.9

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \begin{cases} 2, & 0 < t < 1 \\ 0, & 1 < t < 2 \\ -2, & 2 < t < 3 \end{cases}$$

Поэтому график зависимости  $\varepsilon_i$  от  $t$  будет иметь вид, показанный на рис. 2.10.

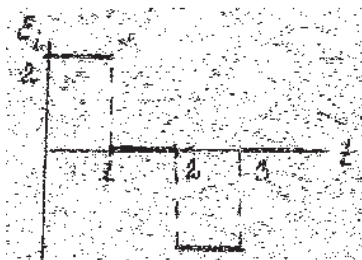


Рис. 2.10

**Задача 36.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Т равномерно вращается катушка, состоящая из  $N = 100$  витков проволоки. Частота вращения катушки  $\nu = 5$  об/с, площадь поперечного сечения  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>, а ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции  $\varepsilon_{\max}$  в катушке.

Обозначим через  $\alpha$  угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости витков катушки и направлением магнитного поля  $\vec{B}$  (так, как это показано на рис. 2.11).

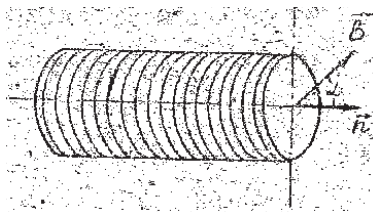


Рис. 2.11

Тогда выражение для магнитного потока  $\Phi$ , проходящего через поверхность витков катушки, можно записать в виде

$$\Phi = N\Phi_1 = NBS \cdot \cos \alpha .$$

Выразим угол  $\alpha$  через время  $t$ :

$$\alpha = \omega \cdot t = 2\pi\nu t ,$$

где  $\omega$  – циклическая частота.

Для нахождения ЭДС индукции воспользуемся законом электромагнитной индукции (2.7). В результате получим:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS \cdot 2\pi\nu \cdot \sin(2\pi\nu t) .$$

Максимальное значение ЭДС индукции достигается в моменты времени, когда  $\sin(2\pi\nu t) = 1$ . Поэтому

$$\varepsilon_{\max} = 2\pi\nu NBS = 3,14 \text{ В} .$$

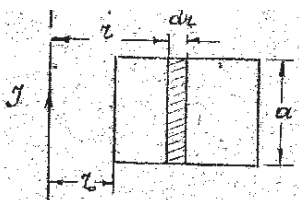


Рис. 2.12

**Задача 3в.** В плоскости квадратной рамки с омическим сопротивлением  $R = 70 \text{ Ом}$  и стороной  $a = 20 \text{ см}$  расположен на расстоянии  $r_0 = 20 \text{ см}$  от рамки прямой бесконечный проводник (рис. 2.12). Сила тока в проводнике изменяется по закону  $I = Bt^3$ ,

где  $b = 2 \frac{\text{А}}{\text{с}^3}$ . Проводник параллелен одной из сторон рамки. Определить силу тока в рамке в момент времени  $t = 10 \text{ с}$ .

*Решение*

Так как сила тока в проводнике изменяется с течением времени, то и магнитный поток через рамку с течением времени будет меняться. Под действием меняющегося магнитного потока в рамке будет возникать ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ . Силу тока в проводнике можно, очевидно, рассчитать по формуле

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} .$$

По закону Фарадея найдём  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} .$$



Для этого вычислим магнитный поток через рамку. Поскольку магнитное поле, создаваемое током, текущим в прямом бесконечном проводе, неоднородно, для вычисления магнитного потока применим *метод ДИ*.

Разделим площадь рамки на столь узкие полоски (одна такая полоска заштрихована на рис. 2.12), чтобы в пределах каждой полоски магнитное поле можно было считать однородным. Элементарный магнитный поток через такую полоску будет:

$$d\Phi = B \cdot a \cdot dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a \cdot dr.$$

Интегрируя это уравнение по  $r$  в пределах  $r_0$  до  $r_0 + a$ , найдём:

$$\Phi = \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot bt^3}{2\pi} \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right).$$

Подставив полученное выражение для потока в формулу закона Фарадея, получим:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{3\mu_0 abt^2}{2\pi} \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right).$$

Наконец, найдём ток:

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{3\mu_0 abt^2}{2\pi R} \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{r_0}\right) = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ А}.$$

**Задача 4.** Длинный прямой проводник с током  $I$  и П-образный проводник с подвижной перемычкой расположены в одной плоскости (рис. 2.13). Перемычку, длина которой  $\ell$ , перемещают с постоянной скоростью  $v$ . Найти ЭДС индукции в контуре как функцию расстояния  $r$ .

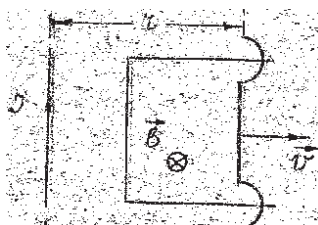


Рис. 2.13

### Решение

Для решения данной задачи вычислим приращение магнитного потока  $d\Phi$ , проходящего через поверхность замкнутого контура П-образного проводника, при перемещении перемычки на бесконечно малое расстояние  $dr$ . При этом учтём, что магнитное поле  $\vec{B}$ , в котором расположен контур, направлено перпендикулярно плоскости контура. Тогда, полагая, что направление нормали  $\vec{n}$  к поверхности контура совпадает с направлением поля  $\vec{B}$ , найдём:

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot \ell \cdot dr.$$

Из полученного выражения для  $d\Phi$  следует, что

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot \ell \cdot \frac{dr}{dt} = -B \cdot \ell \cdot v.$$

Подставляя в последнюю формулу значение магнитного поля прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

найдем искомое выражение:

$$\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 I \cdot \ell \cdot v}{2\pi r}.$$

Знак минус в данном выражении для  $\varepsilon_i$  указывает на то, что ЭДС индукции направлена против положительного направления обхода контура (выбираемого в соответствие с правилом правого винта).

**Задача 5.** Длинный ферромагнитный цилиндр объемом  $V$  имеет две обмотки (одна на другой). Одна обмотка содержит  $n_1$  витков на единицу длины, а другая —  $n_2$ . Найти их взаимную индукцию, пренебрегая краевыми эффектами.

### Решение

Создадим в первой обмотке ток  $I_1$  и вычислим магнитный поток  $\Phi_2$  через все витки второй обмотки. Он будет:

$$\Phi_2 = N_2 \cdot B_1 \cdot S,$$

где  $B_1$  – магнитное поле, создаваемое током  $I_1$  первой обмотки;

$S$  – площадь сечения цилиндра;

$N_2 = n_2 \ell$  – число витков второй обмотки;

$\ell$  – длина цилиндра.

Учитывая, что

$$B_1 = \mu_0 \mu_1 \cdot n_1 \cdot I_1; \quad V = \ell \cdot S,$$

где  $\mu_1$  – магнитная проницаемость цилиндра при токе  $I_1$ , выражение для потока  $\Phi_2$  можно представить в виде

$$\Phi_2 = \mu_0 \mu_1 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot I_1 \cdot V,$$

а выражение для коэффициента взаимной индукции

$$L_{21} = \frac{\Phi_2}{I_1} \text{ в форме}$$

$$L_{21} = \mu_0 \mu_1 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot V.$$

Аналогично находим и

$$L_{12} = \mu_0 \mu_1 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot V,$$

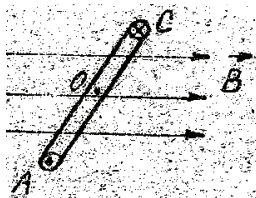
где  $\mu_2$  – магнитная проницаемость цилиндра при токе  $I_2$  во второй обмотке.

Ввиду того, что в общем случае  $\mu_1 \neq \mu_2$ , значение  $L_{12}$  будет отличаться от значения  $L_{21}$  (заметим, что данное различие характерно только для ферромагнетиков).

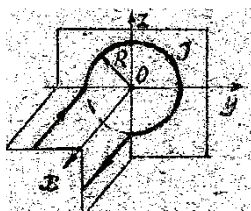
### 3. ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

#### 3.1. Магнитное поле в вакууме

##### Вариант 1



1. На рисунке показана прямоугольная рамка (контур) с током в магнитном поле. Укажите направление: а) векторов сил Ампера, действующих на стороны рамки  $A$  и  $C$ ; б) вектора вращающего момента относительно оси  $O$ .



2. Найдите индукцию магнитного поля в точке  $O$ , если проводник с током  $I$  имеет вид, показанный на рисунке. Прямолинейные участки проводника очень длинные.

3. По трём параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии  $d = 20$  см друг от друга, текут токи одинаковой силы  $I = 400$  А. В двух проводах направление токов совпадает. Вычислите силу, действующую на единицу длины каждого провода.

4. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной  $a = 10$  см, течёт ток силой  $I = 100$  А. Найдите магнитную индукцию  $B$  в точке пересечения диагоналей квадрата.

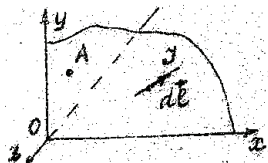
5. По внутреннему проводнику диаметром 1 мм коаксиального кабеля течёт ток 5 А, а по внешнему, диаметром 10 мм, течёт ток в обратном направлении 10 А. Найдите индукцию магнитного поля в точках на расстояниях  $R_1 = 3$  мм,  $R_2 = 10$  мм.

6. Равномерно заряженный диск вращается с угловой скоростью  $\omega = 100$  с<sup>-1</sup>. Радиус диска  $R = 0,1$  м, поверхность

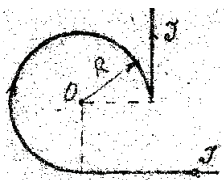
ная плотность заряда  $\sigma = 10 \text{ Кл/м}^2$ . Найдите индукцию магнитного поля на оси диска в точке на расстоянии  $x$  от центра диска.

### Вариант 2

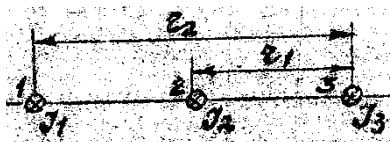
1. Укажите направление вектора индукции магнитного поля, созданного в точке  $A$  элементом тока  $Idl$ , если точка  $A$  и элемент тока  $Idl$  расположены в плоскости  $XOY$ .



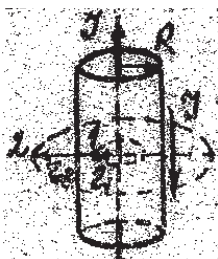
2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, создаваемого током в точке  $O$ .



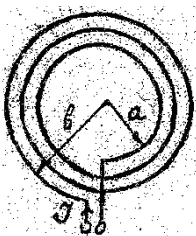
3. По двум длинным параллельным проводникам текут токи  $I_1 = I_2 = 2000 \text{ А}$  в одном направлении. В одной плоскости с проводниками параллельно им закреплён отрезок замкнутого прямого проводника длиной  $\ell = 0,5 \text{ м}$  с током  $I_3$ . Определите  $I_3$ , если после снятия закрепления он начинает двигаться с ускорением  $a = 1 \text{ м/с}^2$ . Масса проводника  $m = 0,1 \text{ кг}$ , он расположен на расстоянии  $r_1 = 0,20 \text{ м}$  от одного и  $r_2 = 0,40 \text{ м}$  от другого проводника.



4. По проводнику, согнутому в виде окружности, течёт ток. Индукция магнитного поля в центре окружности равна  $251,2 \text{ Т}$ . Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определите индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

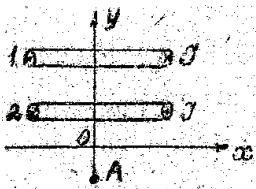


5. Коаксиальный кабель представляет собой длинную металлическую тонкостенную трубку радиусом  $R = 10$  мм, вдоль оси которой расположен тонкий провод. Силы токов в трубке и проводе равны, направления противоположны. Определите магнитную индукцию в точках 1 и 2, удалённых соответственно на расстояния  $r_1 = 5$  мм и  $r_2 = 15$  мм от оси кабеля, если сила тока  $I = 0,5$  А.

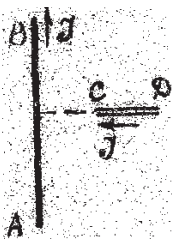


6. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из большого числа  $N$  плотно расположенных витков, по которым течёт постоянный ток  $I$ . Радиусы внутреннего и внешнего витков равны  $a$  и  $b$ . Найдите магнитную индукцию  $B$  в центре спирали.

### Вариант 3



1. Поле создано двумя круговыми токами, равными по величине. Осью симметрии круговых токов является ось  $Y$ . Определите направление вектора индукции в точке  $A$ .

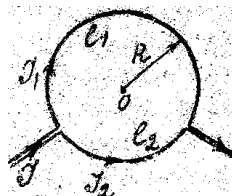


2. Возле бесконечного прямолинейного проводника  $AB$  с током расположен подвижный, однородный, прямолинейный конечной длины проводник  $CD$  так, что он лежит целиком по одну сторону от  $AB$  и в плоскости, проходящей через  $AB$ . Что будет происходить с проводником  $CD$ , если по нему пропустить ток в направлении, указанном стрелкой?

3. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две её сто-

роны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи  $I = 1 \text{ кА}$ . Определите силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном её длине.

4. К тонкому однородному проволочному кольцу радиусом  $R$  подводят ток  $I = 2 \text{ А}$  в направлении, указанном стрелками. Найдите индукцию магнитного поля в центре кольца, если подводящие провода, делящие кольцо на две дуги  $\ell_1$  и  $\ell_2$ , расположены радиально и имеют бесконечную длину.



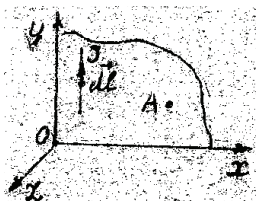
5. По соленоиду длиной  $\ell = 1 \text{ м}$  без сердечника, имеющему  $N = 10^3$  витков, течёт ток силой  $I = 20 \text{ А}$ . Определите циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль контура, изображённого на рисунке, в случаях а) и б).

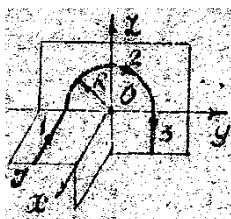


6. Под длинной горизонтальной шиной на двух одинаковых пружинах с жёсткостью  $k = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$  подвешен прямой горизонтальный провод длиной 80 см, который может перемещаться в вертикальной плоскости. Расстояние от провода до шины в отсутствие токов равно 30 см. Найдите расстояние между шиной и проводом, если по шине идёт ток 12 А, а по проводу 5 А и если токи антипараллельны.

### Вариант 4

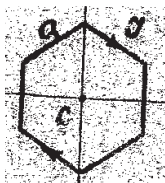
1. Укажите направление вектора индукции магнитного поля, созданного в точке  $A$  элементом тока  $I d\vec{\ell}$ , если точка  $A$  и элемент тока  $I d\vec{\ell}$  расположены в плоскости  $XOY$ .





2. Найдите индукцию магнитного поля в точке  $O$ , если проводник с током  $I$  имеет вид, показанный на рисунке. Прямойлинейные участки проводника очень длинные.

3. По длинному прямому проводнику  $M$  и параллельному ему отрезку проводника  $K$  длиной 60 см текут противоположно направленные токи 100 А. Проводник  $K$  закреплён на расстоянии  $r_1 = 10$  см от проводника  $M$ . После открепления проводника  $K$  он переместился поступательно до  $r_2 = 100$  см от проводника  $M$ . Определите работу перемещения проводника  $K$ .

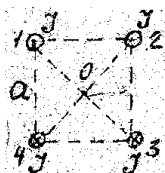


4. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной  $a = 10$  см, идёт ток силой  $I = 20$  А. Определите магнитную индукцию в центре шестиугольника.

5. По бесконечно длинному прямому проводу радиусом  $r$  течёт ток  $I$ . Ток распределён по сечению провода. Найдите индукцию магнитного поля внутри и вне провода, используя закон полного тока.

6. Тонкий диск радиусом 25 см сделан из диэлектрика и равномерно заряжен по поверхности. Заряд диска 5 Кл. Диск вращается в воздухе вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной его плоскости, с постоянной угловой скоростью, делая 5 оборотов за секунду. Определите магнитную индукцию в центре диска.

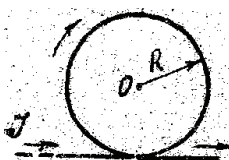
### Вариант 5



1. Четыре прямых бесконечных проводника с током  $I$  расположены на одинаковом расстоянии  $a$  друг от друга. Найдите направление вектора индукции магнитного поля, созданного токами, в точке  $O$ .



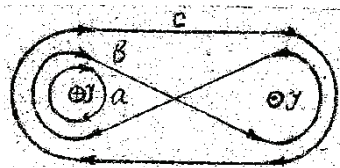
2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, созданного током в точке  $O$ .



3. Проводник в виде тонкого полукольца радиусом  $R = 10$  см находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 50$  мТ. По проводнику течёт ток  $I = 10$  А. Найдите силу  $F$ , действующую на проводник, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям индукции.

4. По контуру в виде равностороннего треугольника течёт ток силой  $I = 50$  А. Сторона треугольника  $a = 20$  см. Определите магнитную индукцию  $B$  в центре треугольника.

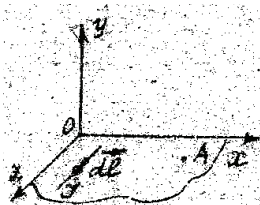
5. Определите циркуляцию магнитной индукции в случаях, изображённых на рисунке, если в обоих проводах текут токи силой 8 А.



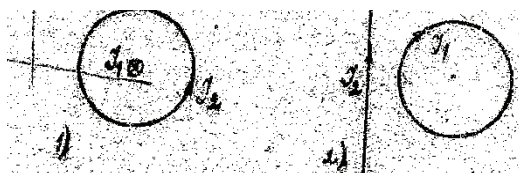
6. По двум одинаковым квадратным плоским контурам со стороной  $a = 20$  см текут токи силой  $I = 10$  А в каждом. Определите силу  $F$  взаимодействия контуров, если расстояние  $d$  между соответственными сторонами контуров равно 2 мм.

### Вариант 6

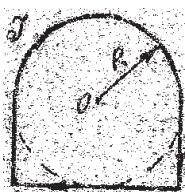
1. Укажите направление вектора индукции магнитного поля, созданного в точке  $A$  элементом тока  $I d\vec{\ell}$ , если точка  $A$  и элемент  $d\vec{\ell}$  расположены в плоскости  $XOZ$ .



2. В каких случаях изображённые на рисунке проводники с током не взаимодействуют друг с другом?

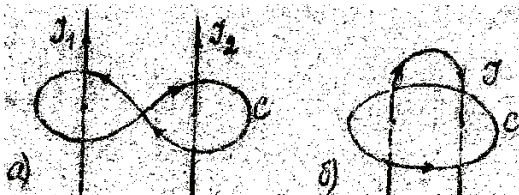


3. Виток радиусом  $R = 20$  см, по которому течёт ток силой  $I = 50$  А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1,256$  мТл. Виток повернули относительно диаметра на угол  $\varphi = 30^\circ$ . Определите совершённую работу  $A$ .

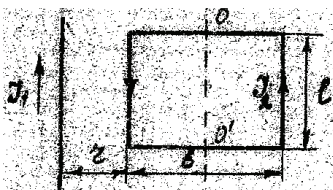


4. По плоскому контуру из тонкого провода течёт ток силой  $I = 100$  А. Определите магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого этим током в точке  $O$ . Радиус  $R$  изогнутой части контура равен 20 см.

5. Определите циркуляцию вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по контуру  $C$  для конфигурации токов, приведённых на рисунке.  $I_1 = I = 10$  А,  $I_2 = 5$  А.



6. Прямой бесконечный ток  $I_1 = 5$  А и прямоугольная рамка с током  $I_2 = 3$  А расположены в одной плоскости так, что сторона рамки  $\ell = 1$  м параллельна прямому току и отстоит от него на расстоянии

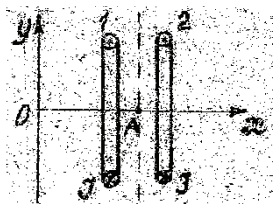


$r = 0,1$  в, где  $в$  – длина другой стороны рамки. Определите, какую работу необходимо совершить для того, чтобы повернуть рамку

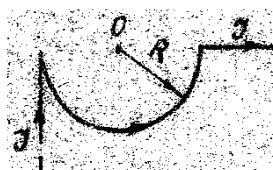
на угол  $\alpha = 90^\circ$  относительно оси  $OO'$ , параллельной прямому току и проходящей через середины противоположных сторон рамки  $\nu$ .

### Вариант 7

1. Поле создано двумя круговыми токами, равными по величине. Определите направление вектора индукции в точке  $A$ , лежащей посередине между витками. Осью симметрии круговых токов является ось  $X$ .



2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, создаваемого током в точке  $O$ .



3. По прямому горизонтально расположенному проводу проходит ток  $I_1 = 5 \text{ А}$ . Под ним находится второй, параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток  $I_2 = 1 \text{ А}$ . Расстояние между проводами  $d = 1 \text{ см}$ . Какова должна быть площадь поперечного сечения второго провода, чтобы он находился в состоянии равновесия незакреплённым?

4. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами  $a = 8 \text{ см}$  и  $b = 12 \text{ см}$ , течёт ток силой  $I = 50 \text{ А}$ . Определите индукцию  $B$  магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

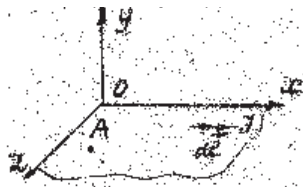
5. Индукция магнитного поля  $B$  на оси тороида без сердечника равна  $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ . Тороид содержит 314 витков, внутренний диаметр тороида 30 см, внешний – 40 см. Определите силу тока, протекающего через тороид.

6. Эбонитовый шар радиусом  $R = 50 \text{ мм}$  заряжен при помощи трения равномерно распределённым поверхностным

зарядом плотности  $\sigma = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ . Шар приводится во вращение вокруг своей оси со скоростью 600 об/мин. Найдите магнитную индукцию  $B$ , возникающую в центре шара.

### Вариант 8

1. Укажите направление вектора индукции магнитного поля, созданного в точке  $A$  элементом тока  $Id\vec{\ell}$ , если точка  $A$  и элемент  $Id\vec{\ell}$  расположены в плоскости  $XOY$ .

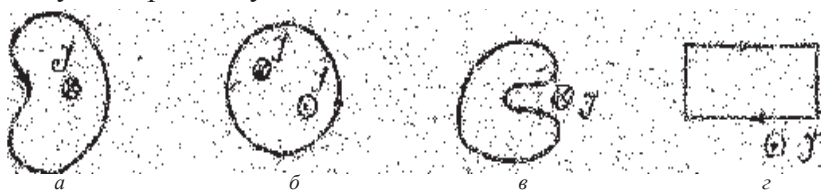


2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, созданного током в точке  $O$ .

3. Плоская рамка, состоящая из 50 витков тонкой проволоки, подвешена на бронзовой ленточке между полюсами электромагнита. При пропускании через рамку тока силой 1 А рамка повернулась на  $15^\circ$ . Определите индукцию магнитного поля в том месте, где находится рамка, если известно, что при закручивании ленточки на  $1^\circ$  возникает момент сил упругости, равный  $0,1 \text{ Г} \cdot \text{см}$ . При отсутствии тока плоскость рамки составляла с направлением поля угол  $30^\circ$ , площадь рамки  $10 \text{ см}^2$ .

4. По двум длинным параллельным проводам текут токи в противоположных направлениях. Токи силой  $I_1 = I_2 = I = 10 \text{ А}$ . Расстояние между проводами  $a = 0,30 \text{ м}$ . Определите магнитную индукцию в точке  $A$ , удалённой от первого и второго проводов соответственно на расстояние  $a_1 = 0,15 \text{ м}$ ,  $a_2 = 0,20 \text{ м}$ .

5. В каком из указанных случаев циркуляция вектора индукции равна нулю?



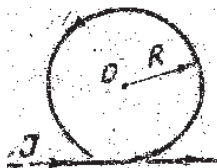
6. Катушка длиной  $\ell = 20$  см содержит  $N = 100$  витков. По обмотке катушки идёт ток силой  $I = 5$  А. Диаметр  $d$  катушки равен 20 см. Определите магнитную индукцию  $B$  в точке, лежащей на оси катушки на расстоянии  $a = 10$  см от её конца.

### Вариант 9

1. Поле создано двумя бесконечными длинными проводниками (1 и 2) с одинаковыми токами, расположенными перпендикулярно друг к другу во взаимно-перпендикулярных плоскостях. Определите направление вектора индукции в точке  $A$ , расположенной относительно токов на одинаковом расстоянии.



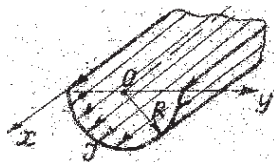
2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, созданного током в точке  $O$ .



3. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам течёт ток в одном направлении  $I_1 = 20$  А и  $I_2 = 30$  А. Какую работу надо совершить, чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния  $d_2 = 20$  см. Расчёт произведите на единицу длины проводника.

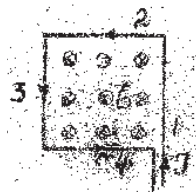
4. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной длиной  $a = 10$  см, течёт ток силой  $I = 5$  А. Определите магнитную индукцию  $B$  поля в точке, равноудалённой от вершин квадрата на расстояние, равное длине его стороны.

5. По медному проводу, сечение которого является кругом ( $R = 2$  см), течёт ток  $I = 500$  А. Определите индукцию магнитного поля внутри провода в точке, отстоящей на расстоянии  $r = 0,5$  см.



6. Ток  $I = 200$  А течёт по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиусом  $R = 10$  см. Найдите индукцию магнитного поля  $B$  в точке  $O$ .

### Вариант 10



1. Квадратная рамка с током  $I$  помещена в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  (от нас). Определите направление сил Ампера, действующих на все стороны рамки.



2. По двум свободным, скрещивающимся под прямым углом прямолинейным проводникам пропускаются токи, как показано на рисунке. Как за счёт взаимодействия проводников с током будет изменяться расположение проводников относительно друг друга?

3. Медный провод с сечением  $S = 2$  мм<sup>2</sup>, согнутый в виде трёх сторон квадрата, может вращаться, как показано на рисунке, около горизонтальной оси  $OO'$ . Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Когда по проводу идёт ток  $I = 10$  А, провод отклоняется от положения равновесия на угол  $\alpha = 15^\circ$ . Определите индукцию поля.

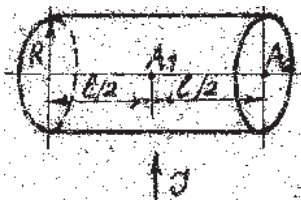


4. По плоскому контуру из тонкого провода течёт ток силой  $I = 100$  А. Определите магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого этим током в точке  $O$ . Радиус  $R$  изогнутой части контура равен 20 см.



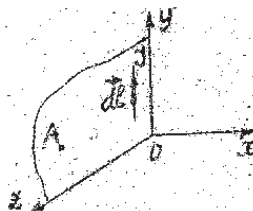
5. Вычислите циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи  $I_1 = 10$  А,  $I_2 = 15$  А, текущие в одном направлении, и ток  $I_3 = 20$  А, текущий в противоположном направлении.

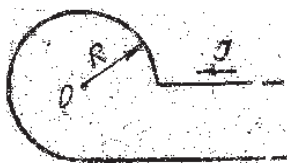
6. Тонкая лента шириной  $\ell$  свёрнута в трубку радиусом  $R$ . По ленте течёт равномерно распределённый по её ширине ток  $I$ . Точечный магнитный диполь с магнитным моментом  $\vec{P}_m$ , первоначально находившийся на оси трубки в её середине (точка  $A_1$ ), перемещается вдоль оси в точку  $A_2$  так, что вектор  $\vec{P}_m$  остаётся параллельным вектору  $\vec{B}$ . Определите работу, совершённую при перемещении диполя.



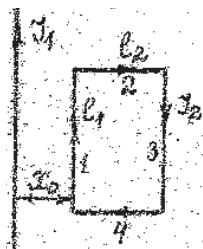
### Вариант 11

1. Укажите направление вектора индукции магнитного поля, созданного в точке  $A$  элементом тока  $I \cdot d\ell$ , если точка  $A$  и элемент  $d\ell$  расположены в плоскости  $YOZ$ .





2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, созданного током в точке  $O$ .



3. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течёт ток  $I_1 = 5 \text{ А}$ , расположена прямоугольная рамка ( $20 \times 10 \text{ см}$ ), по которой течёт ток  $I_2 = 0,2 \text{ А}$ . Ближайшая к проводу сторона находится от него на расстоянии  $x_0 = 5 \text{ см}$ . Определите силы взаимодействия прямого тока с каждой из сторон.

4. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут токи в одном направлении  $I = 60 \text{ А}$ , расположены на расстоянии  $d = 10 \text{ см}$  друг от друга. Определите индукцию магнитного поля в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии  $r_1 = 5 \text{ см}$  и от другого на расстоянии  $r_2 = 12 \text{ см}$ .



5. Ток  $I$  идёт по длинному прямому проводу, перпендикулярному проводящей плоскости, и растекается по ней. Определите распределение магнитного поля над плоскостью и под ней. (Используйте закон полного тока).

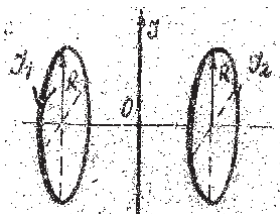
6. Тонкая лента шириной  $\ell = 40 \text{ см}$  свёрнута в трубку радиусом  $R = 30 \text{ см}$ . По ленте течёт равномерно распределённый по её ширине ток силой  $I = 200 \text{ А}$ . Определите магнитную индукцию  $B$  на оси трубки в двух точках: 1) в средней точке; 2) в точке, совпадающей с концом трубки.



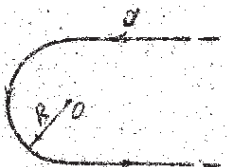


## Вариант 12

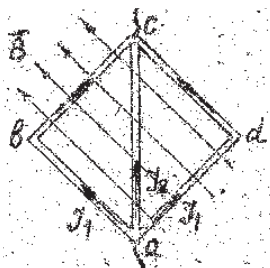
1. Бесконечный длинный провод с током  $I$  находится на одинаковом расстоянии от двух круговых токов ( $I_1 = I_2 = I$ ) радиусом  $R$ . Определите направление силы Ампера, действующей на провод с током в точке  $O$ .



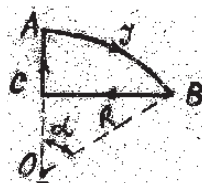
2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, создаваемого током в точке  $O$ .



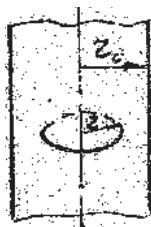
3. Контур, представляющий собой квадрат с диагональю, изготовлен из медной проволоки сечением  $1 \text{ мм}^2$  и подключен к источнику постоянного напряжения  $110 \text{ В}$  (в точках  $a$  и  $c$ ). Плоскость квадрата расположена параллельно магнитному полю с индукцией  $17 \cdot 10^{-4} \text{ Т}$ . Определите величину и направление силы, действующей со стороны поля на контур.

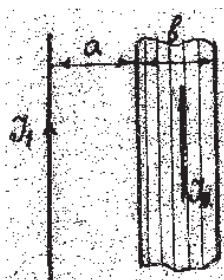


4. По контуру, изображённому на рисунке, идёт ток силой  $I = 10 \text{ А}$ . Определите магнитную индукцию в точке  $O$ , если радиус дуги  $R = 10 \text{ см}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .



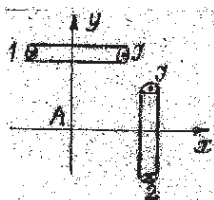
5. По цилиндрическому медному проводнику радиусом  $r_0 = 2 \text{ см}$  течёт ток силой  $I = 100 \text{ А}$ . Считая проводник очень длинным, найдите, на каком расстоянии  $r$  от оси проводника индукция магнитного поля  $B$  равна  $5 \cdot 10^{-4} \text{ Т}$ .





6. По двум длинным тонким параллельным проводникам текут постоянные токи  $I_1$  и  $I_2$ . Расстояние между проводниками  $a$ , ширина правого проводника  $b$ . Имея в виду, что оба проводника лежат в одной плоскости, найдите силу магнитного взаимодействия между ними в расчёте на единицу их длины.

### Вариант 13



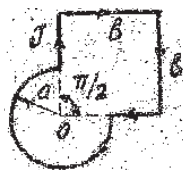
1. Поле создано двумя круговыми токами, равными по величине. Определите направление вектора индукции в точке  $A$ , расположенной относительно токов на одинаковом расстоянии.



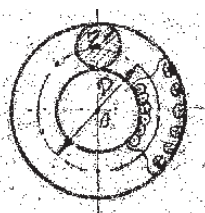
2. Возле бесконечного прямолинейного проводника  $AB$  с током расположен подвижный, однородный, прямолинейный конечной длины проводник  $CD$  так, что он лежит целиком по одну сторону от  $AB$  и в плоскости, проходящей через  $AB$ . Что будет происходить с проводником  $CD$ , если по нему пропустить ток в направлении, указанном стрелкой?

3. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут токи, равные по величине и по направлению. Найдите силу тока, текущего по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на расстояние вдвое большее, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников), равную  $5,5 \cdot 10^{-7}$  Дж/см.

4. Найдите индукцию магнитного поля в точке  $O$  контура с током  $I = 10 \text{ А}$ , который показан на рисунке. Радиус  $a$  и сторона  $b$  известны:  $a = 10 \text{ см}$ ,  $b = 20 \text{ см}$ .



5. Диаметр  $D$  тороида без сердечника по средней линии равен  $30 \text{ см}$ . В сечении тороид имеет круг радиусом  $r = 5 \text{ см}$ . По обмотке тороида, содержащей  $N = 2000$  витков, течёт ток силой  $I = 5 \text{ А}$ . Пользуясь законом полного тока, определите максимальное и минимальное значения магнитной индукции  $\vec{B}$  в тороиде.

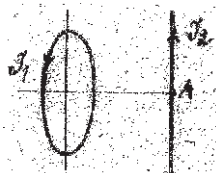


6. По тонкой прямой бесконечной ленте шириной  $\ell$  идёт ток  $I$ . Рассчитайте индукцию магнитного поля этого тока в произвольной точке  $O$ .



### Вариант 14

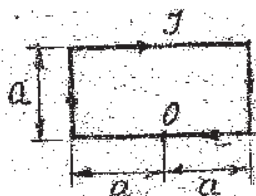
1. Определите направление силы Ампера, действующей на провод с током  $I_2$  в точке  $A$ . Ток  $I_1$  – круговой, провод с током  $I_2$  – бесконечный, прямой.



2. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I$  имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом  $R$ . Определите индукцию магнитного поля, создаваемого током в точке  $O$ .



3. Найдите модуль и направление вектора силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током  $I = 10 \text{ А}$  в точке  $O$ , если проводник изогнут, как показано на рисунке. Расстояние  $a = 10 \text{ см}$ .



4. Изолированный прямолинейный проводник изогнут в виде прямого угла с равными сторонами  $\ell = 0,2 \text{ м}$ ; в плоскости угла помещён кольцевой проводник радиусом  $r_0 = 0,1 \text{ м}$  так, что стороны угла являются касательными к кольцевому. Найдите напряжённость в центре кольца. Токи в обоих проводниках равны  $I = 2 \text{ А}$ .



5. Длинный проводник с током  $I$  пересекает проводящую плоскость в перпендикулярном ей направлении. Ток, уходящий на плоскость, равен  $I'$ . Определите распределение магнитного поля над плоскостью и под ней. Используйте закон полного тока.

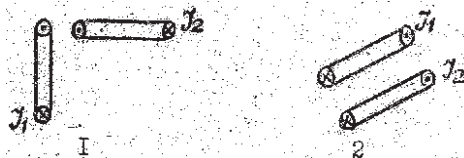
6. Очень длинный прямой соленоид имеет радиус сечения  $R$  и  $n$  витков на единицу длины. По соленоиду течёт постоянный ток  $I$ . Пусть  $x$  – расстояние, отсчитываемое вдоль оси соленоида от его торца. Найдите индукцию магнитного поля на оси как функцию  $x$ ; изобразите примерный график зависимости индукции  $B$  от отношения  $x/R$ .

### Вариант 15



1. Круговой ток ( $I_1$ ) и бесконечный прямой проводник с током  $I_2$  расположены, как указано на рисунке. Определите направление вектора индукции магнитного поля, созданного токами в точке  $A$ .

2. Какие из изображённых пар круговых токов притягиваются друг к другу, не испытывая действия вращательного момента?



3. Найдите модуль и напряжение вектора силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током  $I = 8 \text{ А}$  в точке  $O$ , если проводник изогнут, как показано на рисунке. Расстояние между длинными параллельными друг другу участками проводника  $\ell = 20 \text{ см}$ .



4. Ток  $I = 5 \text{ А}$  течёт по тонкому проводнику, изогнутому, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника  $R = 120 \text{ мм}$ , угол  $2\varphi = 90^\circ$ . Найдите индукцию магнитного поля в точке  $O$ .



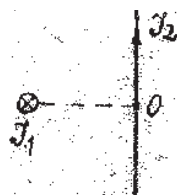
5. Определите индукцию  $B$  магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей  $N = 200$  витков, идёт ток силой  $I = 5 \text{ А}$ . Внешний диаметр тороида  $d_1 = 30 \text{ см}$ , внутренний  $d_2 = 20 \text{ см}$ .

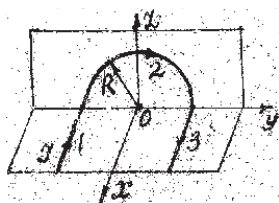
6. Постоянный ток  $I$  течёт по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиусом  $R$ . Такой же ток течет в противоположном направлении по тонкому проводнику, расположенному на «оси» первого проводника (в точке  $O$ ). Найдите силу магнитного взаимодействия данных проводников в расчёте на единицу их длины.



### Вариант 16

1. Два бесконечных прямых проводника с током расположены, как показано на рисунке ( $I_1 = I_2 = I$ ). Определите направление силы Ампера, действующей на проводник с током  $I_2$  в точке  $O$ .





2. Найдите индукцию магнитного поля в точке  $O$ , если проводник с током  $I$  имеет вид, показанный на рисунке. Прямолинейные участки проводника очень длинные.

3. По тонкому проводу в виде кольца радиусом  $R = 20$  см течёт ток силой  $I = 100$  А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией  $B = 20$  мТл. Найдите силу  $F$ , растягивающую кольцо.

4. По прямому бесконечно длинному проводнику течёт ток  $I_1 = 3,14$  А. Круговой виток расположен так, что плоскость витка параллельна прямому проводнику, а перпендикуляр, опущенный на него из центра витка, является нормалью к плоскости витка. По витку проходит ток  $I_2 = 3$  А. Расстояние от центра витка до прямого проводника  $d = 20$  см. Радиус витка  $r = 30$  см. Найдите магнитную индукцию в центре витка.

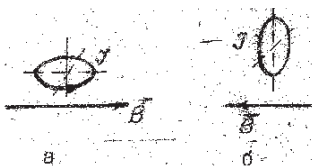
5. Коаксиальный кабель входит в сферическую полость так, как изображено на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля внутри и вне кабеля, используя закон полного тока.



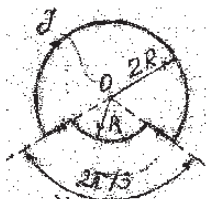
6. Тонкое кольцо радиусом 10 см несёт на себе равномерно распределённый заряд. Кольцо равномерно вращается с частотой 1200 об/мин вокруг оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости. Определите заряд на кольце, если индукция в центре кольца равна  $3,8 \cdot 10^{-9}$  Т.

## Вариант 17

1. Рамка стокм ориентирована по отношению к внешнему магнитному полю с индукцией  $\vec{B}$ , как показано на рисунке. Найдите направление момента сил  $\vec{M}$ , действующего на рамку, в случаях *а* и *б*.



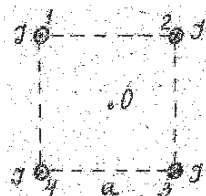
2. По плоскому контуру из тонкого провода течёт ток силой  $I = 100$  А. Определите магнитную индукцию  $\vec{B}$  поля, создаваемого этим током в точке  $O$ . Радиус  $R$  изогнутой части контура равен 20 см.



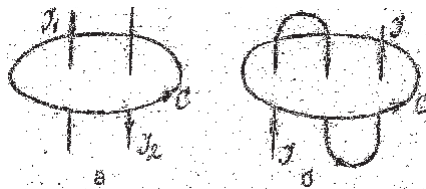
3. Найдите модуль и направление вектора силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током  $I = 8$  А в точке  $O$ , если проводник изогнут, как показано на рисунке. Радиус закругления  $R = 10$  см.



4. Концы четырёх параллельных проводов достаточно большой длины образуют квадрат со стороной  $a = 0,2$  м. По каждому проводу течёт ток 20 А, как показано на рисунке. Какова величина и направление вектора  $\vec{B}$  индукции магнитного поля в центре квадрата?



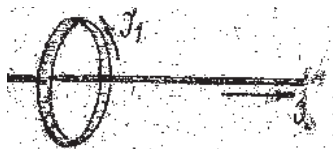
5. Определите циркуляцию вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по контуру  $C$  для конфигурации токов, приведённых на рисунке.  $I_1 = I = 10$  А,  $I_2 = 8$  А.



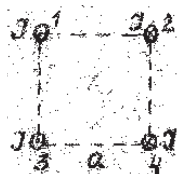
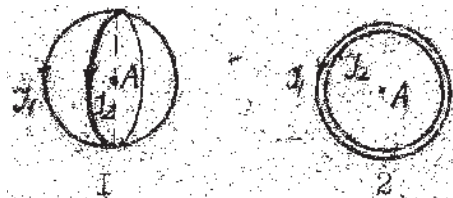
6. Металлическое кольцо, охватывающее площадь  $S = 10 \text{ см}^2$ , расположено внутри длинного соленоида, имеющего на каждом сантиметре 5 витков. Плоскость витка перпендикулярна оси соленоида. Через соленоид пропускают ток, меняющийся по закону  $I = I_0 - kt$ , где  $I_0 = 10 \text{ А}$ ,  $k = 0,1 \text{ А/с}$ . Какая сила действует на единицу длины кольца со стороны магнитного поля в момент времени  $t_1 = 1 \text{ с}$ , если сопротивление кольца равно  $10^{-3} \text{ Ом}$ ?

### Вариант 18

1. Прямолинейный ток  $I_2$  проходит по оси кругового тока  $I_1$ . Определите направление силы Ампера, действующей на проводник с током.



2. На рисунке изображены различные случаи взаимного расположения двух круговых токов ( $I_1 = I_2 = I$ ) радиусом  $R$  (радиусы всех контуров считать одинаковыми). В случае 1 плоскости витков взаимно-перпендикулярны. В каком случае индукция магнитного поля, созданного токами в точке  $A$ , максимальна?

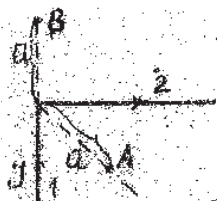


3. Концы четырёх параллельных проводов достаточно большой длины образуют квадрат со стороной  $a = 0,2 \text{ м}$ . По каждому проводу течёт ток  $20 \text{ А}$ . Какова величина

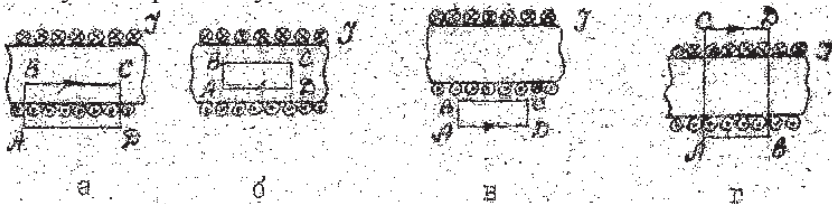


силы, действующей на 1 м левого нижнего провода, и каково направление силы?

4. Бесконечно длинный прямой проводник, по которому течёт ток силой  $I = 5$  А, согнут под прямым углом (рисунок). Найдите индукцию магнитного поля на расстоянии  $a = 10$  см от вершины угла в точках, лежащих на биссектрисе прямого угла (точка  $A$ ) и на продолжении одной из сторон (точка  $B$ ).



5. В каком из указанных случаев циркуляция вектора индукции равна нулю?



6. По двум тонким проводам, изогнутым в виде кольца радиусом  $R = 10$  см, текут одинаковые токи силой  $I = 10$  А в каждом. Найдите силу  $F$  взаимодействия этих колец, если плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние  $d$  между центрами колец 1 мм.

### 3.2. Сила Лоренца. Электромагнитная индукция

#### Вариант 1

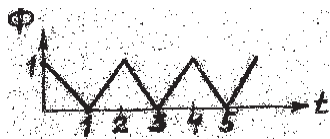
1. Электрон движется в постоянном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ . Чему равна работа силы, действующей на электрон?

2. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов  $U = 104$  В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля. Напряжённость электрического поля и индукция магнитного соответственно равны  $E = 10$  кВ/м и  $B = 0,1$  Т. Найдите отношение заря-

да частицы  $q$  к её массе  $m$ , если частица, двигаясь перпендикулярно обоим полям, не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.



3. Длинная незаряженная пластина из немагнитного материала движется равномерно в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,18 \text{ Т}$  со скоростью  $v = 6,28 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ . Векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{v}$  взаимно-перпендикулярны и параллельны плоскостям пластины. Определите поверхностную плотность электрических зарядов на пластине, возникающую вследствие её движения.



4. Магнитный поток, пронизывающий рамку, меняется со временем по закону, показанному на рисунке. Качественно изобразите закон, по которому меняется ЭДС индукции, возникающая в рамке.

5. Прямоугольная рамка со сторонами  $a$  и  $b$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг стороны  $a$  в однородном переменном магнитном поле, направленном перпендикулярно оси вращения, с индукцией  $B = B_0 \sin \omega_0 t$ , где  $B_0 = \text{const}$  и  $\omega_0 = \text{const}$ . Определите ЭДС индукции для произвольного момента времени  $t$ , если в начальный момент  $t = 0$  плоскость рамки была перпендикулярна направлению магнитного поля.

6. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,4 \text{ Т}$  в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной  $\ell = 10 \text{ см}$ . Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определите разность потенциалов  $U$  на концах стержня, если частота его вращения  $n = 16 \text{ об/с}$ .

7. Два соленоида одинаковой длины и почти одинакового сечения вставлены полностью один в другой. Найдите

те их взаимную индуктивность, если их индуктивности равны  $L_1$  и  $L_2$ .

### Вариант 2

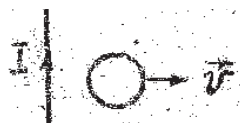
1. Частица, имеющая массу  $m$  и заряд  $q > 0$ , влетает со скоростью  $\vec{v}$  ( $v \ll c$ ) в область однородного магнитного поля индукции  $\vec{B}$ , направленной вдоль оси  $X$ . Изобразите качественно проекции траектории частицы в плоскости  $ZY$ ,  $XY$ .



2. Электрон и протон, удалённые друг от друга на значительное расстояние, находятся в однородном магнитном поле. Зная, что каждый из них движется по окружности, расположенной перпендикулярно магнитному полю, найдите отношение их угловых скоростей. Масса протона в 1836 раз больше массы электрона.

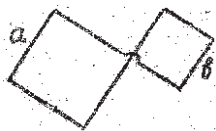
3. Найдите отношение силы кулоновского отталкивания к силе амперова притяжения двух параллельных пучков, состоящих из электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U = 10$  кВ.

4. По прямому проводнику течёт ток  $I$ . Перпендикулярно проводнику в соответствии с рисунком с постоянной скоростью  $v$  движется металлическое кольцо. Определите направление индукционного тока в кольце, возникающего вследствие движения кольца.



5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,84$  Т вокруг одной из сторон с постоянной угловой скоростью вращается квадратная рамка, состоящая из одного витка медной проволоки сечением  $S = 0,5$  см<sup>2</sup>. Сторона рамки  $a = 5$  см, а максимальное значение силы тока, индуцированного в рамке,  $I_m = 1,9$  А. Считая, что магнитное поле на-

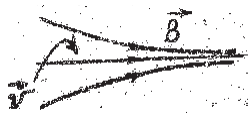
правлено перпендикулярно оси вращения рамки, определите её угловую скорость.



6. Плоский контур, имеющий вид квадратов со сторонами  $a = 20$  см и  $b = 10$  см, находится в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно его плоскости. Индукция поля меняется со временем по закону  $B = B_0 \sin \omega_0 t$ , где  $B_0 = 10$  мТ и  $\omega_0 = 100$  с<sup>-1</sup>. Найдите амплитуду индукционного тока в контуре, если сопротивление единицы длины его  $\rho = 50$  Ом/м. Индуктивностью контура пренебречь.

7. Две одинаковые катушки, каждая индуктивностью  $L$ , соединяют: а) последовательно; б) параллельно. Считая взаимную индуктивность катушек пренебрежимо малой, найдите индуктивность системы в обоих случаях.

### Вариант 3

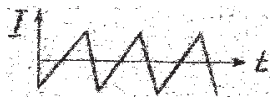


1. Протон, двигаясь со скоростью  $v$ , попадает в область слабого неоднородного поля  $B$ , как показано на рисунке. Качественно изобразите траекторию, которую будет описывать протон при движении в данном поле.

2. Спираль, по которой движется электрон в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 5 \cdot 10^{-3}$  Т, имеет диаметр  $d = 80$  мм и шаг  $h = 200$  мм. Определите скорость электрона.

3. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Т движется проводник длиной  $\ell = 10$  см. Скорость движения проводника равна  $v = 15$  м/с и направлена перпендикулярно магнитному полю. Чему равна индуцированная в проводнике ЭДС?

4. По первичной обмотке трансформатора течёт ток пилообразной формы. Постройте качественно график зависимости ЭДС индукции, наводимой во вторичной обмотке трансформатора.



5. В магнитном поле, индукция которого равна  $B = 0,1 \text{ Т}$ , помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь рамки  $S = 25 \text{ см}^2$ , а полное сопротивление проволоки  $R = 250 \text{ Ом}$ . Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рамки. Какой заряд  $q$  пройдёт по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

6. Изолированный металлический диск радиусом  $R = 0,250 \text{ м}$  вращается с угловой скоростью  $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ . Найдите разность потенциалов  $U$  между центром и краем диска при помещении его в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 10 \text{ Т}$ , направленное перпендикулярно плоскости диска.

7. Сколько метров тонкого провода надо взять для изготовления соленоида длиной  $\ell = 100 \text{ м}$  с индуктивностью  $L = 1 \text{ мГн}$ , если диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины?

### Вариант 4

1. Электрон, двигаясь с некоторой скоростью  $v$ , попадает в область действия магнитного поля. Изменится ли абсолютная величина скорости электрона при выходе его из магнитного поля?

2. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью  $v = 10^6 \text{ м/с}$ . Индукция магнитного поля  $B = 0,3 \text{ Т}$ . Радиус окружности  $R = 4 \text{ см}$ . Найдите заряд частицы, если известно, что её энергия  $W = 12 \text{ кэВ}$ .

3. Заряд влетает с постоянной скоростью в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1,0 \text{ Т}$  перпендикулярно линиям индукции. В течение времени  $\Delta t = 10^{-4} \text{ с}$  параллельно

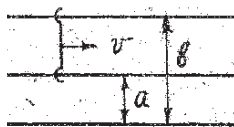
индукции магнитного поля действует электрическое поле напряжённостью  $E = 100 \text{ В/м}$ . Вычислите постоянный шаг спирали заряда для времени  $t \gg \Delta t$ .

4. Металлическая рамка помещена в переменное магнитное поле с индукцией  $B$ . ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ , возникающая в рамке вследствие изменения  $B$ , меняется по закону, показанному на рисунке. Качественно изобразите закон, по которому меняется  $B$ .



5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1,0 \text{ Т}$  находится плоский проволочный виток площадью  $S = 1,0 \text{ см}^2$  и сопротивлением  $R = 2 \text{ Ом}$ . Виток замкнут на гальванометр. В начале опыта плоскость витка была перпендикулярна линиям магнитного поля. На какой угол повернули виток, если за время опыта через гальванометр прошёл заряд

$$q = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} ?$$



6. На расстояниях  $a$  и  $b$  от длинного прямого проводника, по которому течёт постоянный ток  $I$ , расположены два параллельных провода, замкнутых на одном конце. По проводам без трения перемещают металлическую перемычку с постоянной скоростью  $v$ . Пренебрегая индуктивностью контура, найдите ЭДС индукции в контуре, возникающую вследствие движения перемычки.

7. Число витков соленоида уменьшили в 2 раза, но сохранили его размеры и ток в нём. Как в этом случае изменится индуктивность соленоида и средняя плотность внутри соленоида?

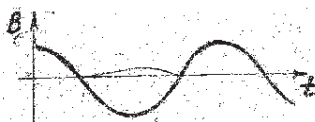
### Вариант 5

1. Известно, что в электромагнитной волне, распространяющейся в вакууме, напряжённости электрического и магнитного полей связаны соотношением  $\varepsilon_0^{\frac{1}{2}} \cdot E = \mu_0^{\frac{1}{2}} \cdot H$ . Оцените отношение электрической и магнитной сил,  $F_{\text{э}}/F_{\text{м}}$ , действующих на заряд в поле волны. Скорость заряда  $v \ll c$ .

2. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности, радиус которой  $r_1 = 5$  см, а второй – по окружности, радиус которой  $r_2 = 2,5$  см. Определите отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов  $U$ .

3. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1,0$  Т движется проводник длиной  $\ell = 1$  м. Скорость проводника равна  $v = 30$  м/с и направлена перпендикулярно оси под углом  $\alpha = 60^\circ$  к направлению магнитного поля. Найдите индуцированную ЭДС в проводнике.

4. Металлическая рамка помещена в переменное магнитное поле с индукцией  $B$ , которая меняется по закону, показанному на рисунке. Качественно изобразите закон, по которому меняется ток в рамке.



5. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора  $B = 0,8$  Т. Ротор имеет  $N = 100$  витков площадью  $S = 400$  см<sup>2</sup>. Сколько оборотов в минуту делает якорь, если максимальная величина ЭДС индукции  $\varepsilon_m = 200$  В?

6. П-образный проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Т, направленном перпендикулярно плоскости проводника. Вдоль параллельных сторон этого проводника перемещают без начальной скорости проводник-перемычку с ускорением  $a = 10$  см/с<sup>2</sup>. Найдите

ЭДС индукции в контуре через  $t = 2$  с после начала перемещения. Длина перемычки  $\ell = 20$  см.

7. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой  $L = 1$  мГн, если при токе  $I = 1$  А магнитный поток сквозь катушку  $\Phi = 2$  мкВб?

### Вариант 6

1. Напишите уравнение движения частицы массой  $m$  и с зарядом  $q$  в векторной форме и в проекциях на оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  в произвольном поле с индукцией  $\vec{B}$ .

2. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряжённостью  $H = 1,6 \cdot 10^4$  А/м со скоростью  $v = 8000$  м/с. Направление скорости составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с направлением поля. Определите радиус  $R$  и шаг винтовой линии  $h$ , по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

3. Пучок нерелятивистских протонов проходит не отклоняясь через область, в которой созданы однородные поперечные взаимно-перпендикулярные электрическое и магнитное поля с  $E = 120$  кВ/м и  $B = 50$  нТл. Затем пучок попадает на заземлённую мишень. Найдите силу, с которой пучок действует на мишень, если ток в пучке  $I = 0,8$  мА.

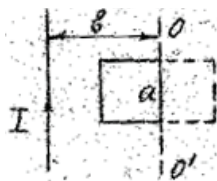


4. По прямому проводнику течёт ток  $I$ . Параллельно проводнику в соответствии с рисунком с постоянной скоростью  $v$  движется металлическое кольцо. Будет ли создаваться индукционный ток в кольце?

5. Рамка площадью  $S = 100$  см<sup>2</sup> содержит  $N = 10^3$  витков провода сопротивлением  $r_1 = 12$  Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление  $r_2 = 20$  Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Т, делая  $n = 8$  об/с. Чему равно максимальное значение мощности переменного тока в цепи?



6. Квадратная проволочная рамка со стороной  $a$  и прямой проводник с постоянным током  $I$  лежат в одной плоскости, как это показано на рисунке. Сопротивление рамки  $R$ . Её повернули на  $180^\circ$  вокруг оси  $OO'$ , отстоящей от проводника с током на расстоянии  $b$ . Найдите количество электричества, протекающего в рамке.

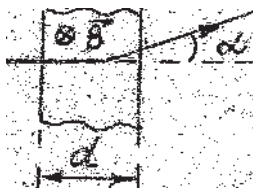


7. Сколько витков проволоки диаметром  $d = 0,6$  мм имеет обмотка катушки, индуктивность которой  $L = 1$  мГн и диаметр  $D = 4$  см? Катушка однослойная и витки плотно прилегают друг к другу.

### Вариант 7

1. Качественно изобразите траекторию заряженной частицы, помещённой в однородные скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля. Электрическое поле  $\vec{E}$  направлено вдоль оси  $Y$ , а магнитное  $\vec{H}$  – вдоль оси  $Z$ . Начальную скорость частицы принять равной нулю.

2. Протон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 500$  кВ, пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,51$  Т. Толщина области с полем  $d = 10$  см. Найдите угол  $\alpha$  отклонения протона от первоначальной траектории.



3. Покажите, что с какой бы скоростью  $\vec{v}$  не двигался электрон, влетающий в однородное магнитное поле напряжённостью  $\vec{H}$  и какой бы угол  $\alpha \neq 0$  не образовывало направление скорости  $\vec{v}$  с направлением поля  $\vec{H}$ , электрон всегда опишет виток винтовой линии за одно и то же время  $T$ .

4. Магнитный поток, пронизывающий рамку, меняется со временем по закону, показанному на рисунке. Качествен-

но изобразите закон, по которому меняется ток индукции, возникающий в рамке.

5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1 \text{ Т}$  вращается катушка, состоящая из  $N = 200$  витков с площадью поперечного сечения  $S = 4 \text{ см}^2$ . Ось вращения катушки перпендикулярна к её оси и направлению магнитного поля. Найдите максимальную ЭДС индукции в катушке, если период её обращения  $T = 0,2 \text{ с}$ .

6. Круговой контур, имеющий площадь  $S$  и сопротивление  $R$ , вращают с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, лежащей в плоскости контура и проходящей через его центр. Контур находится в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленной перпендикулярно оси вращения. Считая, что в момент  $t = 0$  плоскость контура была перпендикулярна направлению магнитного поля, найдите закон, по которому меняется момент внешних сил, действующих на контур в этих условиях.

7. Найдите взаимную индуктивность  $L_{12}$  двух витков с радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , отстоящих друг от друга на расстоянии  $\ell$  ( $\ell \gg R_1, R_2$ ). Центры витков лежат на оси  $X$  и векторы нормалей к плоскости витков также направлены вдоль оси  $X$ .

### **Вариант 8**

1. Электрон, двигаясь со скоростью  $\vec{v}$ , попадает в область действия однородных электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей, имеющих одинаковое направление. Качественно изобразите траекторию электрона, считая, что начальное направление скорости электрона перпендикулярно направлению полей.

2. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению поля и движется по винтовой

линии радиусом  $R = 1,5 \text{ см}$ . Индукция магнитного поля  $B = 0,1 \text{ Т}$ . Найдите кинетическую энергию протона.

3. Частица массой  $m$  и зарядом  $q$  влетает со скоростью  $\vec{v}$  в область действия однородного магнитного поля с индукцией  $B$  перпендикулярно направлению магнитного поля. Найдите величину и направление магнитного момента частицы, а также отношение её магнитного момента к механическому.

4. На рисунке изображён плоский контур, помещённый в однородное магнитное поле, направленное на нас. Укажите направление тока, возникающего в контуре в случае, когда индукция магнитного поля  $B$  растёт, и в случае, когда она убывает.

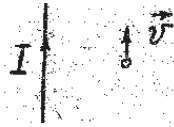


5. По соседству расположены два витка проволоки. По первому течёт ток  $I = 10 \text{ А}$ . В цепь второго включен гальванометр и полное сопротивление второй цепи равно  $R = 5 \text{ Ом}$ . Найдите взаимную индуктивность витков, если при выключении тока  $I$  через гальванометр проходит заряд  $q = 10^{-8} \text{ Кл}$ .

6. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,35 \text{ Т}$  равномерно с частотой  $n = 480 \text{ об/мин}$  вращается рамка, содержащая  $N = 1500$  витков, площадью  $S = 50 \text{ см}^2$ . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определите максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

7. Найдите плотность энергии магнитного поля  $w$  в замкнутом железном сердечнике тороида длиной  $\ell = 20,9 \text{ см}$ , если число ампер-витков обмотки тороида равно  $IN = 1500 \text{ АВ}$ . Какова магнитная проницаемость  $\mu$  магнитного материала сердечника в этих условиях?

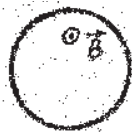
### Вариант 9



1. Электрон движется параллельно прямому проводнику, по которому течёт ток  $I$ , с некоторой скоростью  $\vec{v}$ . Направление тока и скорости электрона приведены на рисунке. Укажите направление силы Лоренца, действующей на электрон.

2. В направленном вдоль оси  $X$  однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10$  нТ из некоторой точки  $O$  выходит в направлении  $X$  слегка расходящийся пучок моноэнергетических электронов, имеющих скорость  $v = 6 \cdot 10^6$  м/с. Определите расстояние  $\ell$  от точки  $O$  до ближайшей точки, в которой пересекаются траектории всех электронов (точка, в которой фиксируется пучок).

3. Протон, двигаясь со скоростью  $v = 10^5$  м/с, влетает в область действия скрещенных под прямым углом электрического и магнитного полей и продолжает двигаться по прямолинейной траектории. Направление скорости протона перпендикулярно направлению обоих полей. Найдите отношение напряжённости электрического поля  $E$  к напряжённости магнитного поля  $H$ .



4. На рисунке изображён плоский контур, помещённый в однородное магнитное поле, направленное на нас. Укажите направление индукционного тока, возникающего в контуре в случае, когда контур растягивается и когда сжимается.

5. На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения  $d = 5$  см и содержащий  $n = 20$  витков на 1 см длины плотно, надет круговой виток из медного провода сечением  $S = 1$  мм<sup>2</sup>. Найдите ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивается с постоянной скоростью 100 А/с.

6. По П-образному проводу перемещается с постоянной скоростью  $v$  под действием силы  $F$  замыкающая провод перемычка. Контур находится в перпендикулярном к его плоскости однородном магнитном поле. Чему равна сила  $F$ , если в контуре выделяется каждую секунду количество тепла  $Q$ ?



7. Катушка длиной  $\ell = 20$  см имеет  $N = 400$  витков. Площадь поперечного сечения катушки  $S = 9$  см<sup>2</sup>. Найдите индуктивность катушки  $L_0$ . Какова будет индуктивность катушки  $L_1$ , если внутрь катушки ввести железный сердечник с магнитной проницаемостью  $\mu = 400$ ?

### Вариант 10

1. Протон удаляется от прямого проводника, по которому течёт ток  $I$ , с некоторой скоростью  $v$ . Направление тока и скорости электрона приведены на рисунке. Укажите направление силы Лоренца, действующей на электрон.



2. Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 3$  кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом  $\alpha = 30^\circ$  к его оси. Число ампер-витков соленоида равно  $IN = 5000$  АВ. Длина соленоида  $\ell = 25$  см. Найдите шаг  $h$  винтовой траектории электрона в магнитном поле.

3. По окружности в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 25$  МТ движется  $\alpha$ -частица. Момент импульса частицы относительно центра окружности равен  $L = 1,33 \cdot 10^{-22}$  кг · м<sup>2</sup>/с. Найдите кинетическую энергию  $\alpha$ -частицы.

4. Имеется круговой проводящий контур радиусом  $a$  и сопротивлением  $R$ . Первоначально ток в контуре отсутствует. Затем включается



перпендикулярное к плоскости контура однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленное за чертёж. В каком направлении будет течь возникший при этом ток и какой заряд  $q$  протечёт по контуру?

5. Рамка площадью  $S = 200 \text{ см}^2$  равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2 \text{ Т}$  вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной направлению магнитного поля. Максимальное значение ЭДС индукции в рамке равно  $\varepsilon_m = 5 \text{ мВ}$ . Найдите число оборотов рамки в секунду.

6. На тор из магнетика намотано  $N = 500$  витков. Найдите энергию магнитного поля, если при токе  $I = 2 \text{ А}$  магнитный поток через поперечное сечение тора  $\Phi = 1 \text{ мВб}$ .

7. Из провода радиусом  $a = 1 \text{ мм}$  сделана прямоугольная рамка, длина которой  $\ell = 10 \text{ м}$  значительно больше ширины  $b = 0,1 \text{ м}$  (измеренной между осями сторон). Найдите индуктивность рамки  $L$ , полагая, что магнитная проницаемость среды  $\mu = 1$ , и пренебрегая полем внутри провода.

### Вариант 11

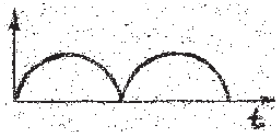
1. Известно, что сила, испытываемая электрическим зарядом в магнитном поле, перпендикулярна его скорости и поэтому никакой работы не совершает. Однако при движении проводника с током силы Ампера совершают работу. Объясните это кажущееся противоречие.

2. Магнитное поле напряжённостью  $H = 8 \text{ кА/м}$  и электрическое поле напряжённостью  $E = 1 \text{ кВ/м}$  одинаково направлены. Электрон, двигаясь со скоростью  $v = 10^5 \text{ м/с}$ , влетает в данное электромагнитное поле. Направление скорости электрона перпендикулярно направлению электрического поля. Найдите нормальное  $a_n$ , тангенциальное  $a_\tau$  и полное ускорения электрона.

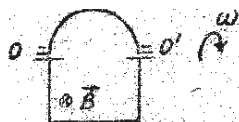
3. Найдите кинетическую энергию электрона, движущегося по дуге окружности радиусом  $R = 60 \text{ см}$  в плоско-

сти, перпендикулярной направлению однородного магнитного поля, индукция которого равна  $B = 1 \text{ Т}$ .

4. По первичной обмотке трансформатора течёт ток, меняющийся со временем по закону, показанному на рисунке. Постройте качественно график зависимости ЭДС индукции, наводимой во вторичной обмотке.



5. Изображённый на рисунке контур находится в однородном поле с индукцией  $B = 1 \text{ Т}$ . Верхняя часть контура – провод в виде полуокружности радиусом  $a = 10 \text{ см}$  – вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$  вокруг оси  $OO'$ . Найдите максимальное значение ЭДС индукции в контуре.



6. Соленоид длиной  $\ell = 50 \text{ см}$  имеет площадь поперечного сечения  $S = 20 \text{ см}^2$  и индуктивность  $L = 0,2 \text{ мГн}$ . При каком токе  $I$  объёмная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида будет равна  $w = 1 \text{ МДж/м}^3$ ?

7. Соленоид с железным сердечником длиной  $\ell = 50 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $S = 10 \text{ см}^2$  имеет число витков  $N = 1000$ . Найдите индуктивность этого соленоида при токах в обмотке  $I_1 = 0,2 \text{ А}$  и  $I_2 = 2 \text{ А}$ .

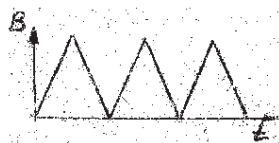
### Вариант 12

1. Протон, двигаясь с некоторой скоростью  $v$ , попадает в область действия однородного электрического и магнитного полей и продолжает двигаться по прямолинейной траектории. Качественно изобразите возможные ориентации данных полей.

2. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов  $U = 2000 \text{ В}$ , движется в однородном магнитном поле напряжённостью  $H = 12000 \text{ А/м}$  по окружно-

сти радиусом  $R = 1$  см. Определите отношение заряда частицы к её массе и скорость частицы.

3. Тонкий металлический стержень длиной  $\ell = 1,2$  м вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1$  мТ вокруг оси, перпендикулярной стержню и отстоящей от одного из его концов на расстоянии  $\ell_1 = 0,25$  м, делая  $n = 120$  об/мин. Направление поля совпадает с направлением оси вращения. Найдите разность потенциалов, возникающую между концами стержня.



4. Металлическая рамка помещена в переменное магнитное поле с индукцией  $B$ , которая меняется по закону, показанному на рисунке. Качественно изобразите закон, по которому будет меняться ЭДС индукции, наводимая в рамке.

5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,8$  Т вращается рамка с угловой скоростью  $\omega = 15$  рад/с. Площадь рамки  $S = 150$  см<sup>2</sup>, а ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с направлением магнитного поля. Найдите максимальное значение ЭДС индукции в рамке.

6. В магнитном поле с индукцией  $B = 0,05$  Т помещена катушка, состоящая из  $N = 200$  витков проволоки. Сопротивление катушки  $R = 40$  Ом, а площадь поперечного сечения  $S = 12$  см<sup>2</sup>. Ось катушки совпадает с направлением магнитного поля. Найдите заряд  $q$ , который пройдет при исчезновении магнитного поля.

7. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения  $S = 20$  см<sup>2</sup> и число витков  $N = 500$ . Индуктивность катушки с железным сердечником равна  $L = 0,28$  Гн при токе через обмотку  $I = 5$  А. Найдите магнитную проницаемость  $\mu$  железного сердечника.



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Иродов И. Е.* Основные законы электромагнетизма. – М.: Высшая школа, 1983.
2. *Матвеев А. Н.* Электричество и магнетизм. – М.: Высшая школа, 1983.
3. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1983.
4. *Иродов И. Е.* Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1979.
5. *Расчёт магнитного поля в вакууме* / сост.: Т. Н. Ладейшикова, Л. С. Филатова, В. А. Ягунова. – Иркутск, 1985.
6. *Беликов Б. С.* Решение задач по физике. Общие методы. – М.: Высшая школа. 1986.
7. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1984.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ .....	4
1.1. Основные понятия и соотношения .....	4
1.2. Классификация задач и пути их решения .....	14
1.3. Примеры решения задач .....	19
2. СИЛА ЛОРЕНЦА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ .....	42
2.1. Основные понятия и соотношения .....	42
2.2. Классификация задач и пути их решения .....	48
2.3. Примеры решения задач .....	50
3. ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ .....	60
3.1. Магнитное поле в вакууме .....	60
3.2. Сила Лоренца. Электромагнитная индукция .....	81
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	97

Составители:  
Чечуев Владимир Яковлевич  
Викулов Станислав Викторович  
Селиванова Эмма Борисовна  
Алешкевич Марина Георгиевна

**РЕПЕТИТОР ПО ФИЗИКЕ.  
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Учебное пособие

Редактор *Т. К. Коробкова*  
Компьютерная верстка *В. Н. Зенина*

Подписано в печать 7 декабря 2015 г. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ .

Объем 4,7 уч.-изд. л., 6,2 усл. печ. л. Тираж 100 экз.

Изд. № 90. Заказ № 1494.

---

Отпечатано в Издательском центре НГАУ «Золотой колос»  
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб. 106.  
Тел. (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru