

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

**РЕПЕТИТОР ПО ФИЗИКЕ.  
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.  
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

Учебное пособие

Новосибирск 2016

УДК 534 (075)  
ББК 22.336, Я 73  
Р 411

Кафедра теоретической и прикладной физики

Составители: канд. техн. наук, доц. *В. Я. Чечуев*;  
д-р техн. наук, проф. *С. В. Викулов*;  
чл.-кор. МААН Э. Б. *Селиванова*;

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *М. П. Синюков* (НГАВТ);  
канд. физ.-мат. наук, доц. *В. И. Сигимов* (НГАВТ)

**Репетитор по физике. Колебания и волны. Волновая оптика:** учеб. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т;  
сост.: В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, Э. Б. Селиванова. – Новосибирск:  
ИЦ НГАУ «Золотой колос», 2016. – 197 с.

В учебном пособии рассмотрены три темы раздела «Колебания и волны» и три темы раздела «Волновая оптика»: «Гармонические колебания. Сложение гармонических колебаний», «Затухающие и вынужденные колебания», «Волны», «Интерференция света», «Дифракция света», «Поляризация света».

Предназначено для студентов всех форм обучения по всем направлениям, реализуемым в НГАУ.

Утверждено и реализовано к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 5 от 22 декабря 2015 г.).

© Новосибирский государственный  
аграрный университет, 2016

## ВВЕДЕНИЕ

Поскольку математическое описание колебаний и волн различной физической природы одинаково, при изложении тем мы ограничились рассмотрением только механических и электромагнитных колебаний и волн.

Материал каждой из тем изложен следующим образом: даны определения основных вводимых в теме физических величин и в краткой наглядной форме (в виде таблиц и блок-схем) изложена теория, приведена классификация задач, их алгоритмы, а также примеры решения задач всех типов, выделенных в данной теме.

Завершается пособие сборником задач. Он соответствует учебной программе по курсу общей физики в техническом университете.

В каждой теме по 18 примерно одинаковых по сложности вариантов специально подобранных задач. При их составлении учитывались результаты психолого-педагогического анализа процесса решения физических задач, выполненного как составителями, так и другими авторами.

В вариантах продумана последовательность задач и иерархия их сложности.

В результате в каждом варианте:

1) представлены задачи всех выделенных в данной теме типов;

2) обязательно присутствуют задачи на развитие разных компонентов мышления (графические задачи, при решении которых используется перевод с «языка» формул на «язык» образов, и наоборот);

3) задачи расположены с нарастанием сложности, а в конце – повышенной сложности.

Такое построение вариантов позволяет продуктивно работать студентам различного уровня подготовленности.

В сборнике не приводятся ответы, так как предполагается его использование также на коллоквиумах и экзаменах. На текущих же занятиях преподаватель выдаёт лист ответов по данной теме, и каждый студент может проверить правильность своего решения.

Использование данного учебного пособия в учебном процессе позволяет организовать любые формы обучения.

# 1. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

## 1.1. Основные понятия и соотношения

Гармоническими называются такие колебания, при которых колеблющиеся величины (например, смещение маятника из положения равновесия) изменяются со временем по закону синуса или косинуса. Рассмотрим подробно механические и электромагнитные гармонические колебания.

Начнём с *механических*. Пусть имеем систему, состоящую из шарика массой  $m$ , подвешенного на пружине, массой которой можно пренебречь по сравнению с  $m$  (рис. 1)\*. Такая система носит название пружинного маятника.

Будем характеризовать смещение шарика из положения равновесия координатой  $x$ , причём ось  $x$  направим по вертикали вниз, а нуль оси совместим с положением равновесия шарика.

Сместим шарик в положение, характеризуемое координатой  $x$ , и отпустим его.

На шарик будет действовать квазиупругая сила

$$F = -kx, \quad (1.1) **$$

под влиянием которой он будет совершать гармоническое колебательное движение, описываемое уравнением

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (1.4)$$



Вывод уравнения (1.4), а также основные соотношения, определяющие связь между величинами, характеризующими гармонические колебания, даны в табл. 1.1, причём формулы, наиболее часто используемые при решении задач, обведены рамочкой.

---

\* Все рисунки даны в табл. 1.1–1.4.

\*\* В тексте нумерация формул приведена по табл. 1.1–1.4.

Таблица 1.1

Механические колебания	Электромагнитные колебания
<div data-bbox="255 893 369 1316">  <p>Рис. 1</p> <p>(1.1) <math>F = -kx</math></p> <p>II.3. НЬЮТОНА</p> <p><math>ma = (mg - k\Delta l_0) - kx</math></p> <p><math>mg - k\Delta l_0 = 0</math></p> <p>(1.2) <math>k = \frac{mg}{\Delta l_0}</math></p> <p>(1.3) <math>\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0</math></p> <p>Решение</p> <p>(1.4) <math>x = A \cos(\omega_0 t + \alpha)</math></p> <p>(1.5) <math>\omega_0^2 = \frac{k}{m}</math></p> <p>(1.6) <math>\omega_0 = \frac{2\pi}{T}</math></p> <p>(1.7) <math>T = \frac{1}{\nu_0}</math></p> <p>(1.8) <math>\omega_0 = 2\pi\nu_0</math></p> <p>А – амплитуда;  <math>(\omega_0 t + \alpha)</math> – фаза;  <math>\alpha</math> – начальная фаза;  <math>\omega_0</math> – круговая частота;  <math>\nu_0</math> – линейная частота;  <math>T</math> – период</p> </div>	<div data-bbox="255 239 912 742">  <p>Рис. 3</p> <p>Закон Ома для цепи 1-3-2:</p> <p><math>IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}</math></p> <p><math>0 = \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt}</math></p> <p><math>R = 0; \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}</math></p> <p>(1.18) <math>I = \frac{dq}{dt}</math></p> <p>(1.19) <math>\ddot{q} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0</math></p> <p>Решение</p> <p>(1.20) <math>q = q_m \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha)</math></p> <p>(1.21) <math>\omega_0^2 = \frac{1}{LC}</math></p> <p>(1.22) <math>T = 2\pi\sqrt{LC}</math></p> <p><math>q_m</math> – амплитудное значение заряда;  <math>\omega_0</math> – собственная частота контура</p> </div>

Механические колебания	Электромагнитные колебания
<div data-bbox="218 1181 257 1276"> <math>\alpha = 0</math> </div> <div data-bbox="224 821 263 1173"> <math>F = -k \cdot x = -k \cdot A \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (1.9)</math> </div> <div data-bbox="280 1149 560 1308"> </div> <div data-bbox="280 893 330 1093"> <math display="block">F_{\max} = kA = m\omega_0^2 A \quad (1.10)</math> </div> <div data-bbox="364 837 459 1125"> <math display="block">v = \dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.11)</math> </div> <div data-bbox="464 837 509 1061"> <math display="block">v_{\max} = A\omega_0 \quad (1.12)</math> </div> <div data-bbox="543 853 632 1125"> <math display="block">a = \ddot{x} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = A\omega_0^2 \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.13)</math> </div> <div data-bbox="644 901 694 1109"> <math display="block">a_{\max} = A\omega_0^2 \quad (1.14)</math> </div> <div data-bbox="711 989 784 1300"> <math display="block">E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)}{2} \quad (1.15)</math> </div> <div data-bbox="789 1013 862 1292"> <math display="block">E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)}{2} \quad (1.16)</math> </div> <div data-bbox="868 925 929 1284"> <math display="block">E = E_k + E_p \quad E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \quad (1.17)</math> </div>	<div data-bbox="229 486 268 566"> <math>\alpha = 0</math> </div> <div data-bbox="224 598 543 742"> </div> <div data-bbox="296 263 397 558"> <math display="block">I = \dot{q} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = q_m \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.23)</math> </div> <div data-bbox="403 359 448 558"> <math display="block">I_m = q_m \omega_0 \quad (1.24)</math> </div> <div data-bbox="470 231 588 550"> <math display="block">U_L = L \frac{di}{dt} = -Lq_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = I_m \omega_0 L \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.25)</math> </div> <div data-bbox="593 215 632 726"> <math display="block">U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (1.27) \quad U_{Lm} = I_m \omega_0 L \quad (1.26)</math> </div> <div data-bbox="655 223 728 486"> <math display="block">U_{cm} = \frac{q_m}{C} = I_m \frac{1}{\omega_0 C} \quad (1.28)</math> </div> <div data-bbox="739 430 817 742"> <math display="block">E_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{Lq_m^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)}{2} \quad (1.29)</math> </div> <div data-bbox="834 454 912 742"> <math display="block">E_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)}{2C} \quad (1.30)</math> </div>

Виды колебаний	Сложение колебаний
Колебания одинаковых направлений	<div data-bbox="311 884 344 1050" style="text-align: center;"> <math>x = A \cos(\omega_0 t + \alpha)</math> </div> <div data-bbox="311 405 348 798" style="text-align: center;"> <math>A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)]</math> </div> <div data-bbox="348 331 385 798" style="text-align: center;"> <math>A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)</math> </div> <div data-bbox="407 443 486 798" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}</math> </div> <div data-bbox="441 954 474 1050" style="text-align: center;"> <math>x = x_1 + x_2</math> </div> <div data-bbox="311 1050 486 1267"> </div> <div data-bbox="519 1161 538 1216" style="text-align: center;">Рис. 5</div>
Биеция	<div data-bbox="564 858 631 1024" style="text-align: center;"> <math>x_1 = A \cos \omega t</math>  <math>x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t</math> </div> <div data-bbox="564 1066 676 1267"> </div> <div data-bbox="564 491 620 715" style="text-align: center;"> <math>\text{Амплитуда} = \left  2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right </math> </div> <div data-bbox="586 405 609 453" style="text-align: center;">(1.34)</div> <div data-bbox="654 603 698 724" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>V_6 = V_2 - V_1</math> </div> <div data-bbox="676 778 698 836" style="text-align: center;">(1.33)</div> <div data-bbox="665 309 687 555" style="text-align: center;">(1.35) <math>V_0</math> – частота биеций</div> <div data-bbox="654 858 721 1056" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>x = \left  2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right  \cos \omega t</math> </div> <div data-bbox="698 1161 723 1216" style="text-align: center;">Рис. 6</div>
Взаимно - перпендикулярные колебания	<div data-bbox="743 1050 911 1267"> </div> <div data-bbox="743 810 900 1034" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <math>x = A \cos \omega t</math>  <math>y = B \cos(\omega t + \alpha)</math>  <math>\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \alpha = \sin^2 \alpha</math> </div> <div data-bbox="743 507 799 699" style="text-align: center;"> <math>\alpha = 0 \quad \left( \frac{x}{A} - \frac{y}{B} \right)^2 = 0</math> </div> <div data-bbox="766 293 799 341" style="text-align: center;">(1.37)</div> <div data-bbox="810 507 833 660" style="text-align: center;"> <math>Z = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \cos \omega t</math> </div> <div data-bbox="844 667 866 715" style="text-align: center;">(1.36)</div> <div data-bbox="844 373 878 453" style="text-align: center;"> <math>y = -\frac{B}{A} x</math> </div> <div data-bbox="844 277 866 325" style="text-align: center;">(1.38)</div> <div data-bbox="900 587 945 635" style="text-align: center;"> <math>\alpha = \pm \pi</math> </div> <div data-bbox="900 453 945 571" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1</math> </div> <div data-bbox="945 363 967 421" style="text-align: center;">(1.39)</div> <div data-bbox="945 1161 967 1216" style="text-align: center;">Рис. 7</div>



Дополним эти сведения определениями тех понятий, которые впервые вводятся в рассматриваемой теме.

$A$  – амплитуда, т.е. величина наибольшего отклонения системы от положения равновесия (рис. 2, а). Отсюда следует: амплитуда всегда величина положительная;

$(\omega_0 t + \alpha)$  – фаза колебания;

$\alpha$  – начальная фаза колебания, т.е. значение фазы в момент времени  $t = 0$ . Очевидно, что с изменением начала отсчёта времени будет меняться и  $\alpha$ . Так как значение  $x$  не изменяется при добавлении или вычитании из фазы  $2\pi$ , всегда можно добиться того, чтобы начальная фаза была по модулю меньше  $\pi$ . Именно поэтому обычно рассматриваются только значения, лежащие в пределах от  $-\pi$  до  $+\pi$ ;

$T$  – период колебания. Он равен наименьшему промежутку времени, через который состояние системы, совершающей гармонические колебания, повторяется (см. рис. 2, а);

$\nu$  – частота колебания, т.е. число колебаний в единицу времени, Гц;

$\omega$  – круговая или циклическая частота, численно равная числу колебаний за  $2\pi$ ,  $\text{с}^{-1}$ .

Перейдём к *электромагнитным гармоническим колебаниям*. А в качестве примера системы, в которых могут возникать такие колебания, возьмём *колебательный контур*, состоящий из последовательно включённых конденсатора ёмкостью  $C$  и катушки, индуктивность которой равна  $L$  (рис. 3).

Колебания в таком контуре можно вызвать, сообщив конденсатору от внешнего источника некоторый начальный заряд. Для этого присоединим отключенный от катушки конденсатор к источнику напряжения. Это приведёт к возникновению на обкладках конденсатора

разноимённых зарядов  $+q$  и  $-q$ . В результате между обкладками появится электрическое поле, энергия которого будет равна  $\frac{q^2}{2C}$ . Если затем отключить источник напряжения и замкнуть конденсатор на катушку, то конденсатор начнёт разряжаться (рис. 4, г), и в контуре потечёт ток (см. рис. 4, б). Этот ток вызовет появление на катушке ЭДС самоиндукции  $L \frac{dI}{dt}$  с полярностью, препятствующей его нарастанию (см. рис. 4, в). По мере разряда конденсатора энергия электрического поля будет уменьшаться, но зато будет увеличиваться энергия магнитного поля катушки, равная  $\frac{LI^2}{2}$ .

При этом, поскольку активное сопротивление контура равно нулю, полная энергия  $E$ , состоящая из энергий электрического  $E_C$  и магнитного  $E_L$  полей, будет оставаться постоянной. Поэтому в момент времени  $t_1$  (см. рис. 4, д), когда конденсатор полностью разрядится, энергия магнитного поля достигает максимального значения, поскольку ток будет максимальным. Дальше ток начнёт уменьшаться. В соответствии с этим изменится на противоположную и полярность (она показана на рис. 3 в скобках) ЭДС самоиндукции, которая будет поддерживать протекание тока в прежнем направлении.

Под действием уменьшающегося тока конденсатор будет заряжаться с полярностью, обратной первоначальной, и в момент  $\frac{T}{2}$ , когда ток станет равным нулю, заряд на обкладках достигнет максимального значения.

Затем те же процессы протекают в обратном направлении, после чего в момент времени  $T$  система возвращается в исходное состояние и весь цикл повторяется снова и снова.

Выше мы описали качественно процессы, происходящие в колебательном контуре. Количественно же они

описываются соотношениями, приведёнными в правой половине табл. 1.1, причём, как и в случае механических задач, выделены рамочкой.

Сопоставление соотношений правой и левой половин табл. 1.1 показывает, что электромагнитные гармонические колебания описываются уравнениями, аналогичными уравнениям, описывающим механические гармонические колебания.

Наконец, рассмотрим *сложение гармонических колебаний*:

- 1) одинакового направления равных частот;
- 2) одинакового направления близких частот;
- 3) взаимно-перпендикулярных.

Соотношения, позволяющие вычислить результат сложения во всех трёх случаях, приведены в табл. 1.1. Там же даны рисунки, иллюстрирующие способ получения результата и сам результат. Кратко поясним их.

На рис. 5, а показан вектор длины  $A$ , образующий угол  $\alpha$  с произвольно выбранным направлением  $OX$ . Если привести этот вектор во вращение с угловой скоростью  $\omega_0$ , то проекция конца вектора на ось  $OX$  будет совершать гармоническое колебание

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Это обстоятельство позволяет задавать гармоническое колебание с помощью вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а направление образует с осью  $OX$  угол, равный начальной фазе колебания.

Векторное представление гармонических колебаний сводит сложение гармонических колебаний одинакового направления равных частот к сложению векторов. Диаграмма, на которой осуществляется это сложение, называется *векторной* (см. рис. 5, б).

На рис. 6 показан результат сложения двух колебаний одинакового направления близких частот для  $\frac{\omega}{\Delta\omega} = 10$ . Из него видно, что амплитуда колебания пульсирует. Такое колебание называется *биениями*.

Наконец, на рис. 7 даны частные случаи траекторий, возникающих при сложении взаимно-перпендикулярных колебаний. Именно эти случаи наиболее часто встречаются при решении рассматриваемых нами задач.

## 1.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Тело совершает гармоническое колебательное движение (рис. 1.1). Во сколько раз время, затраченное на прохождение расстояния, равного первой половине амплитуды, меньше времени, затраченного на прохождение расстояния, равного второй половине амплитуды?

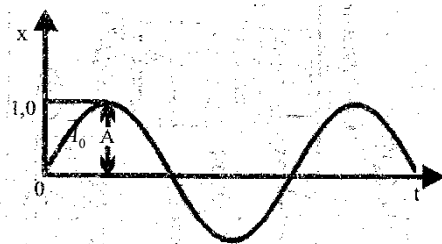


Рис. 1.1

*Решение*

Предположим, что:

- а) в момент времени  $t = 0$   $x = 0$ ;
- б) в момент времени  $t_1$   $x = 0,5$  см;
- в) в момент времени  $t_2$   $x = 1,0$  см.

С учётом этих начальных условий уравнение (1.4) в табл. 1.1 удобнее записать в виде:

$$x = A \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha). \quad (1.6)$$

Подставляя в (1.6) начальные условия «а», «б», «в», будем иметь:

$$0 = A \cdot \sin \alpha; \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{2} = \sin(\omega_0 t_1 + \alpha); \quad (1.8)$$

$$1 = \sin(\omega_0 t_2 + \alpha). \quad (1.9)$$

$$\text{Из (1.7)} \Rightarrow \alpha = 0, \text{ из (1.8)} \Rightarrow \omega_0 t_1 \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{6\omega_0}. \quad (1.10)$$

$$\text{Из (1.9)} \Rightarrow \omega_0 t_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{2\omega_0}. \quad (1.11)$$

Из (1.10) и (1.11) следует, что соотношение искомым времён

$$\frac{t_2 - t_1}{t_1} = \frac{\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\pi}{6\omega_0}}{\frac{\pi}{6\omega_0}} = 2.$$

**Задача 2.** К спиральной пружине подвесили груз, масса которого 0,1 кг значительно больше массы пружины. При этом пружина удлинилась на  $\Delta l_0 = 5$  см. Затем груз оттянули на 3 см и отпустили. Определить потенциальную энергию колебаний и соотношение между периодами колебаний груза и потенциальной энергии.

### *Решение*

Из условия задачи следует, что в ней рассматриваются колебания пружинного маятника, которые, согласно табл. 1.1, описываются уравнением (1.4):

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

В этом уравнении неизвестны  $\omega_0$  и  $\alpha$ . Найдём  $\omega_0$ , воспользовавшись уравнениями (1.2) и (1.5) той же табл. 1.1:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}. \quad (1.12)$$

Начальную фазу  $\alpha$  определим путём подстановки начальных условий в уравнение (1.4):

$$t = 0, x = A \Rightarrow 1 = \cos \alpha \Rightarrow \alpha = 0. \quad (1.13)$$

Подставив (2.7) и (2.8) в (1.4), получим уравнение колебаний рассматриваемого маятника:

$$x = 0,03 \cdot \cos \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \cdot t. \quad (1.14)$$

Потенциальную энергию определим по уравнению (1.16) табл. 1.1:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{mg}{2\Delta l_0} \cdot 0,03^2 \cdot \cos^2 \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \cdot t. \quad (1.15)$$

Подставив в (2.10) значения всех входящих в него величин, получим:

$$E_p = \frac{0,19 \cdot 8}{2,5 \cdot 10^{-2}} \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cdot \cos^2 \sqrt{\frac{9,8}{5 \cdot 10^{-2}}} = 10^{-2} \cos^2 14\pi t \text{ Дж} \quad (1.16)$$

Из (2.11) следует, что период изменения потенциальной энергии в 2 раза меньше периода колебаний груза, так как период квадрата косинуса вдвое меньше периода косинуса.

**Задача 3.** Материальная точка совершает гармоническое колебательное движение, описываемое уравнением

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Используя способ представления колебаний посредством вращающегося вектора амплитуды  $A_0$  :

1) построить вектор  $\vec{A}_0$ , численно равный амплитуде колебаний  $\vec{A}$ , для двух случаев:

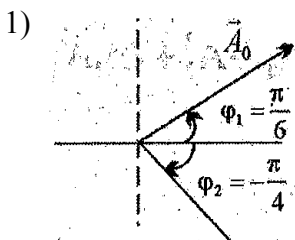
а)  $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$  рад;

б)  $\varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$  рад ;

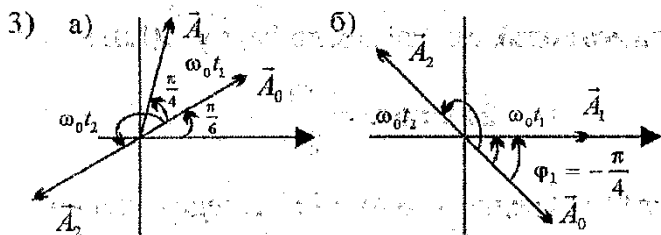
2) записать численное значение проекции вектора на ось  $x$  в случаях «а» и «б»;

3) построить вектор  $\vec{A}_0$  в обоих случаях через промежутки времени, равные  $t_1 = \frac{1}{8}T$ ,  $t_2 = \frac{1}{2}T$ .

*Решение*



2) а)  $x_0 = A \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 0,87A$ ; б)  $x_0 = A \cdot \cos \left( -\frac{\pi}{4} \right) = 0,7A$ .



**Задача 4.** Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и выражаемых уравнениями

$$x_1 = 2 \cdot \sin lt \text{ см}; \quad x_2 = 3 \cdot \cos lt \text{ см}.$$

Найти амплитуду  $A$  результирующего колебания, его частоту  $\nu$  и начальную фазу  $\alpha$ . Записать уравнение движения.

### *Решение*

Так как складываются гармонические колебания одинаковой частоты, то результирующее колебание будет гармоническим той же частоты.

Найдём разность фаз складываемых колебаний. Для этого выразим их уравнения движения через одинаковую гармоническую функцию:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 2 \cdot \sin lt \\ x_2 &= 3 \cdot \cos lt = 3 \cdot \sin \left( lt + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Амплитуду результирующего колебания определим по формуле (1.31) табл. 1.1:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

отсюда

$$A = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)} = 3,6 \text{ см}.$$

Частоту результирующего колебания найдём по формуле (1.8) табл. 1.1:

$$\omega = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Из уравнения (1.17) видно, что  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ , следовательно,

$$\nu = \frac{1}{2\pi} = 0,17 \text{ Гц}.$$

Начальную фазу результирующего колебания вычислим по соотношению (1.32) табл. 1.1:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2} = \frac{2 \sin 0 + 3 \sin \frac{\pi}{2}}{2 \cos 0 + 3 \cos \frac{\pi}{2}} = 1,5 \Rightarrow \alpha = 56^\circ 24' = 0,98 \text{ рад}.$$



Наконец, запишем уравнение результирующего колебания:

$$x = A \cdot \sin(lt + \alpha), \quad \text{или} \quad x = A \cdot \cos\left(lt + \alpha - \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.18)$$

Подставляя в (1.18) найденные значения  $A$  и  $\alpha$ , будем иметь:

$$x = 3,6 \cdot \sin(lt + 0,98) \text{ см}$$

или 
$$x = 3,6 \cdot \cos(lt - 0,59) \text{ см} .$$

**Задача 5.** Складываются два колебания:  $x_1 = 5 \sin 500t$  см и  $x_2 = 5 \sin 50lt$  см одного направления. Записать уравнение результирующего колебания и определить период изменения его амплитуды.

#### *Решение*

Из условия задачи видно, что складываются два гармонических колебания, направленных вдоль одной прямой с одинаковой амплитудой и близкими частотами. В результате получаются биения, уравнение которых можно записать, используя (1.33) табл. 1.1:

$$x = 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cdot \cos \omega t . \quad (1.19)$$

Подставляя в (1.19)  $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\omega = 1 \text{ с}^{-1}$  и  $A = 5 \text{ см}$ , получим:

$$x = 10 \cos 0,5t \cdot \cos 500t \text{ см} .$$

Период изменения амплитуды найдём, используя уравнения (1.6) и (1.35) табл. 1.1. Из них следует:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{1} = 6,28 \text{ с} .$$

**Задача 6.** Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно- перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = 2 \sin \pi t$  см и  $y = \cos \pi(t + 0,5)$  см. Найти уравнение траектории материальной точки и построить её на чертеже.

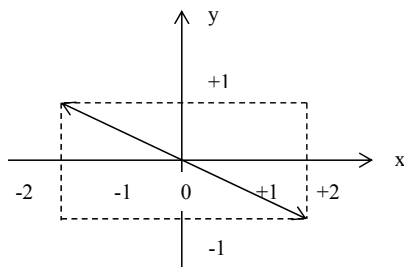


Рис. 1.2

### Решение

Из условия следует: материальная точка участвует в двух взаимно- перпендикулярных гармонических колебаниях, совершающихся с одинаковыми циклическими частотами, равными  $\pi \text{ с}^{-1}$  и разными начальными фазами.

Для определения начальной разности фаз колебаний выразим уравнение колебаний через одну тригонометрическую функцию:

$$x = 2 \sin \pi t \text{ см}; \quad (1.20)$$

$$y = \cos \pi(t + 0,5) = \cos(\pi t + 0,5\pi) = -\sin \pi t \text{ см}. \quad (1.21)$$

Поделив (1.20) на (1.21), получим уравнение траектории:

$$\frac{x}{y} = -2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x. \quad (1.22)$$

Свяжем с направлением колебаний прямоугольную систему координат  $XOY$ , положив начало координат в положение равновесия точки (рис. 1.3). Максимальное

смещение колеблющейся точки вдоль оси  $OX$ , согласно уравнению (1.22), равно 2 см. Максимальное смещение колеблющейся точки вдоль оси  $OY$ , согласно тому же уравнению (1.22), равно 1 см. Построим на данных отрезках прямоугольник. Диагональ его даёт результирующее смещение колеблющейся материальной точки.

**Задача 7.** Материальная точка участвует в двух взаимно- перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями

$$x = 2 \cos \omega t \text{ см}; \quad (1.23)$$

$$y = \sin \omega t \text{ см}. \quad (1.24)$$

Определить траекторию и построить её на чертеже. Показать направление движения точки.

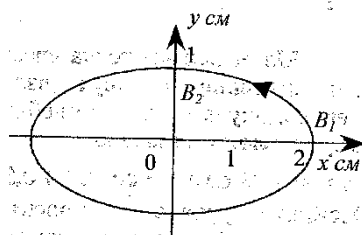


Рис. 1.3

### Решение

Из условия задачи следует, что оба колебания совершаются с одинаковыми циклическими частотами во взаимно-перпендикулярных направлениях. Начальная разность фаз колебаний равна  $\frac{\pi}{2}$ .

Для нахождения уравнения траектории разделим уравнение (1.23) на 2, а уравнение (1.24) на 1, затем каждое из уравнений возведём в квадрат и сложим. В результате получим:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1. \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) – уравнение эллипса с полуосями 2 см и 1 см (рис. 1.3). Определим, в каком направлении будет двигаться точка по эллипсу. Для этого, пользуясь уравнениями (1.23) и (1.24), определим положение некоторой точки  $B$  в следующие друг за другом моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = \frac{T}{4}$ . Подставив в уравнения (1.23) и (1.24)  $t_1 = 0$ , получим:  $x_1 = 2$  см,  $y_1 = 0$  см (точка  $B_1$  на рис. 1.3). Подставив в эти же уравнения  $t_2 = \frac{T}{4}$ , будем иметь:

$$x_2 = 2 \cos \omega \frac{T}{4} = 2 \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = 2 \cos \frac{\pi}{2} = 0 \text{ см};$$

$$y_2 = \sin \omega \frac{T}{4} = \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \text{ см}.$$

Такими координатами обладает точка  $B_2$ . Следовательно, колеблющаяся точка движется по эллипсу против часовой стрелки.

**Задача 8.** Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки. Ёмкость конденсатора  $C = 10^{-5}$  Ф, индуктивность катушки  $L = 10^{-3}$  Гн. Катушка содержит  $n = 1000$  витков на 1 м длины. Определить индукцию магнитного поля внутри катушки (среда – вакуум) в момент времени  $t = 10^{-4} \cdot \frac{1}{6} \pi$  с, если при  $t = 0$  заряд на конденсаторе  $q_1 = 10^{-5}$  Кл, а сила тока  $I_1 = 0$ .

### *Решение*

Поскольку сопротивление контура  $R = 0$ , то в нём происходят свободные незатухающие электромагнитные колебания. Они описываются дифференциальным уравнением (1.19) табл. 1.1, решение которого имеет вид:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (1.26)$$

В (1.26) неизвестны три параметра:  $\omega_0$ ,  $q_m$  и  $\alpha$ .

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (1.27)$$

$q_m$  и  $\alpha$  найдём, исходя из начальных условий

$$\begin{aligned} \left( q = q_1 \text{ при } t = 0, I = I_1 = \frac{dq}{dt} = 0 \right); \\ q_1 = q_m \cos \alpha; \\ 0 = -q_m \omega_0 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Из (1.28):  $\alpha = 0, q_1 = q_m.$  (1.29)

С учётом (1.27) и (1.29) уравнение (1.26) приобретает вид

$$q = q_1 \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t.$$

Определим далее силу тока:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_1}{\sqrt{LC}} \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t. \quad (1.30)$$

Подставив в (1.30)  $t = 10^{-4} \cdot \frac{1}{6} \pi$  с, получим:  $I = 0,5$  А.

Зная силу тока, найдём магнитную индукцию:

$$B = \mu\mu_0 n I = -\frac{\mu\mu_0 n q_1}{\sqrt{LC}} \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t \approx 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}.$$

Можно затем, используя уравнения, связывающие полученные величины с другими, определить любую величину, характеризующую исследуемое физическое явление.

Например, разность потенциалов на обкладках конденсатора

$$U = \frac{q_1}{C} \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t,$$

напряжённость электрического поля в воздушном конденсаторе (считая его плоским с площадью одной пластины  $S$ )

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S} = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S} \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t ,$$

объёмная плотность энергии магнитного поля внутри катушки

$$\omega_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 q_1^2 n^2}{2LC} \cdot \sin^2 \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot t \text{ и т. д.}$$

**Задача 9.** Предположим, что Земля просверлена по диаметру (рис. 1.4). В образовавшуюся шахту без начальной скорости у поверхности Земли опустили небольшое тело массой  $m$ . Определить его скорость в центре Земли. Сопротивлением воздуха пренебречь.

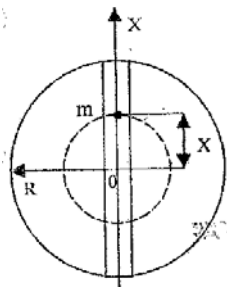


Рис. 1.4

### Решение

Свяжем с Землёй инерциальную систему отсчёта, поместив начало координат в центр Земли. Ось направим, как показано на рис. 1.4. Примем далее тело за материальную точку и определим характер её движения в шахте.

Очевидно, что при движении к центру Земли материальная точка под действием силы тяготения Земли будет двигаться ускоренно, а миновав точку шахты, тело снова начнёт двигаться ускоренно к центру Земли и т.д. Таким образом, под действием силы тяготения материальная точка будет совершать колебательное движение.

Получим дифференциальное уравнение, описывающее эти колебания, исходя из второго закона Ньютона. Пусть в некоторый момент времени  $t$  материальная точка занимает положение, определяемое координатой  $x$  (см. рис. 1.4). Тогда на неё действует сила тяготения со стороны шара радиусом  $x$

$$F_x = G \frac{mM_x}{x^2}. \quad (1.31)$$

Можно доказать, что сила тяготения со стороны оставшегося шарового слоя толщиной  $(R - r)$  равна нулю. Выражая  $M_x$  через среднюю плотность Земли

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \quad (1.32)$$

где  $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг – масса Земли,

а  $R = 6400$  км – радиус Земли, получим:

$$M_x = \frac{4}{3}\pi \rho x^3. \quad (1.33)$$

Подставляя (1.33) в (1.31), будем иметь:

$$F_x = \frac{4}{3}\pi G \rho m x. \quad (1.34)$$

С учётом (1.34) второй закон Ньютона запишется в виде:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F_x = -\frac{4}{3}\pi G \rho m x. \quad (1.35)$$

Уравнение (1.35) совпадает с уравнением (1.3) табл. 1.1, если положить

$$\omega_0^2 = \frac{4}{3}\pi G \rho. \quad (1.36)$$

Таким образом, материальная точка, опущенная в шахту, совершает гармонические колебания по закону

$$x = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (1.37)$$

Амплитуду  $x_0$  и  $\alpha$  определим из начальных условий:  
 $t = 0, x = R$

$$\left. \begin{aligned} v = \frac{dx}{dt} &= 0, \\ R &= x_0 \cdot \cos \alpha \\ 0 &= -\omega_0 x_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

$$\text{Отсюда} \quad \alpha = 0, x_0 = R. \quad (1.39)$$

С учётом (1.39) закон движения примет вид:

$$x = R \cdot \cos \omega_0 t. \quad (1.40)$$

Из закона движения нетрудно найти скорость в центре Земли:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 R \cdot \sin \omega_0 t. \quad (1.41)$$

Так как в центре Земли начало координат, т.е.  $x = 0$ , то  $\cos \omega_0 t = 0$ , что следует из (1.40). Отсюда  $\omega_0 t = \frac{\pi}{2}$ , а значит

$$v = R \cdot \omega_0 = \sqrt{\frac{Gm}{R}} = 7,8 \text{ км/с}.$$

Полученная скорость равна первой космической.

## 2. ЗАТУХАЮЩИЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### 2.1. Основные понятия и соотношения

Затухающие и вынужденные колебания, как и гармонические, рассмотрим на примерах пружинного маятника и колебательного контура.

Начнём с *затухающих* колебаний. Чтобы колебания пружинного маятника и электромагнитные колебания в контуре стали затухающими, достаточно учесть соответственно силу сопротивления среды



$$F_{\text{сопр}} = -r \frac{dx}{dt} = -r \cdot v ,$$

где  $r$  – коэффициент сопротивления, и активное сопротивление контура.

Вывод уравнений, описывающих затухающие колебания в рассматриваемых примерах, дан в табл. 2.1. Там же приведены основные соотношения, определяющие связь между величинами, характеризующими затухающие колебания, причём формулы, наиболее часто используемые при решении задач, обведены рамочкой и подчёркнуты. Сравнение правой и левой половин табл. 2.1 показывает полную аналогию уравнений, описывающих механические и электромагнитные затухающие колебания. Формулы (1.7) и (1.8) приведены только в левой половине таблицы, так как имеют одинаковый вид для механических и электромагнитных колебаний. В табл. 2.1 ряд величин вводится впервые, где  $\beta$  – коэффициент затухания. Он характеризует скорость затухания колебаний с течением времени  $\beta = \frac{1}{\tau}$ , где  $\tau$  – время релаксации, т.е. время, в течение которого амплитуда уменьшается в  $e$  раз;  $\lambda$  – логарифмический декремент затухания. Он определяет скорость затухания колебаний на периоде колебаний

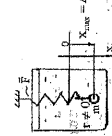

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} ,$$

где  $N_e$  – число колебаний, совершаемых системой за время  $\tau$  релаксации.

Перейдём к рассмотрению вынужденных колебаний. *Вынужденными* называют колебания, возникающие в системе под влиянием внешнего периодически меняющегося воздействия.

Таким воздействием в случае пружинного маятника является внешняя периодически изменяющаяся сила,

Таблица 2.1

Затухающие механические колебания	Затухающие электромагнитные колебания
<p>  </p> <p> <u>II.3. Ньютона</u>  <math>ma = -kx - r\dot{x}</math>;  <math>r\dot{x}</math> – сила сопротивления среды         </p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (1.1)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">2\beta = \frac{r}{m} \quad (1.2)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (1.4)</math> </div> </div> <p>Рис. 1</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">x = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.3)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}} \quad (1.5)</math> </div> </div> <p>Рис. 2</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">A_0 = e^1 = \frac{A_0}{A_n} \cdot e^{-\beta \tau} = e^{\beta \tau}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\lambda = \beta T \quad (1.7)</math> </div> </div> <p>Физ. смысл <math>\beta</math> и <math>\lambda</math></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\beta = \frac{1}{\tau} \quad (1.9)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\lambda = \beta T = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{N_c} \quad (1.10)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\omega_0 = \beta \quad (1.8)</math> </div> </div> <p> <math>\tau</math> – время релаксации; <math>N</math> – число колебаний за <math>\tau</math> </p> <p style="text-align: right;">условие аперичности</p>	<p>  </p> <p>Рис. 3</p> <p>Закон Ома для цепи 1 – 3 – 2:</p> $IR = -\frac{q}{C} - L \frac{dl}{dt}$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">2\beta = \frac{R}{L}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\omega_0^2 = \frac{1}{LC}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (1.11)</math> </div> </div> <p>Решение</p> <div style="text-align: center;"> <math display="block">q = q_{m0} \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.13)</math> </div> <p>Рис. 4</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (1.14)</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (1.15)</math> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">q_{mn} = q_{m0} \cdot e^{-\beta t} \quad (1.16)</math> </div>

а в случае электромагнитных колебаний в контуре – переменное напряжение, подаваемое на контакты, включённые последовательно с элементами контура.

Вывод дифференциальных уравнений, описывающих вынужденные колебания в обоих случаях, и их решения приведены в табл. 2.2. Сопоставление этих уравнений показывает их полную аналогию. Там же для обоих случаев даны основные соотношения между величинами, характеризующими вынужденные колебания, причём формулы, наиболее часто употребляемые при решении задач, обведены рамочкой и подчёркнуты. Сделаем ряд замечаний, поясняющих содержание табл. 2.2, и введём новые понятия.

1. Общее решение уравнений (1.1) и (1.13) состоит из двух слагаемых: одного (1.2), затухающего с течением времени (в правой половине табл. 2.2 оно не показано) и второго (1.3) и (1.14), соответствующего стационарному состоянию. Обратите внимание на то, что частота обоих колебаний разная. Именно поэтому амплитуда вынужденных колебаний нарастает так, как это показано на рис. 2. Время установления колебаний соответствует времени затухания первого слагаемого.

2. Из уравнений (1.3), (1.7), (1.8), (1.14), (1.15) и (1.16) видно, что:

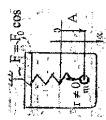
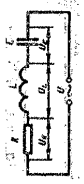
а) в обеих системах возникают колебания с частотой вынуждающего воздействия;

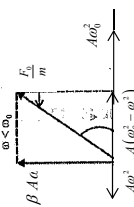
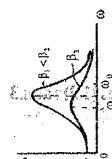
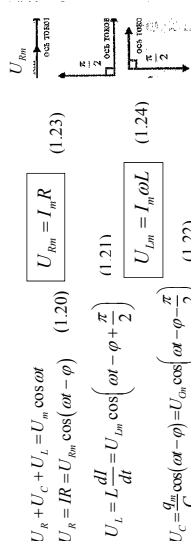
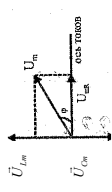
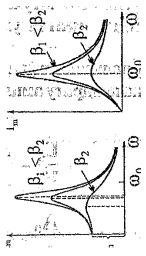
б) амплитуда колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающего воздействия и зависит от его частоты;

в) вынужденные колебания отстают по фазе от вынуждающего воздействия.

3. Зависимость амплитуды от частоты вынуждающего воздействия приводит к тому, что при некоторой частоте (1.9), называемой *резонансной*, амплитуда колебаний

Таблица 2.2

Вынужденные механические колебания	Вынужденные электромагнитные колебания
<p>Ш.3. Ньютона</p> $ma = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t$ $F_0 \cos \omega t - \text{величина периодической силы}$ $m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$ <p>Рис. 1</p>  $\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (1.1)$ <div> <math>2\beta = \frac{r}{m}</math>  <math>\omega_0^2 = \frac{k}{m}</math>  <math>\omega - \text{частота вынуждающей силы}</math> </div> <p>Решение</p> $x = x_1 + x_2$	<p>Закон Ома</p> $IR = -\frac{q}{C} - L \frac{dq}{dt} + U_m \cos \omega t$ $\dot{q}R = -\frac{q}{C} - L\ddot{q} + U_m \cos \omega t$ <p>Рис. 5</p>  $U = U_m \cos \omega t$ $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \quad (1.13)$ <div> <math>2\beta = \frac{R}{L}</math>  <math>\omega_0^2 = \frac{1}{LC}</math>  <math>\omega - \text{частота вынуждающей силы}</math> </div> <p>Частное решение</p> $q = q_m \cos(\omega t - \psi) \quad (1.14)$ $I = \frac{dq}{dt} = I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.17)$ $I_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (1.15)$ $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2} \quad (1.16)$ $\tan \psi = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \quad (1.18)$ $\tan \varphi = \frac{-\frac{1}{\omega C} + \omega L}{R} \quad (1.19)$

Вынужденные механические колебания	Вынужденные электромагнитные колебания
<p><u>Векторная диаграмма</u></p>  <p>Рис. 3</p> $\ddot{x}_2 = -A\omega^2 \cos(\omega t - \psi) = A\omega^2 \cos(\omega t - \psi + \pi) \quad (1.5)$ <p>Подставим (1.19) – (1.21) в (1.17), получим:</p> $A\omega^2 \cos(\omega t - \psi + \pi) + 2\beta\omega A \cos(\omega t - \psi + \pi) + A\omega_0^2 \cos(\omega t - \psi) = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (1.6)$ <p>Представим (1.6) в виде векторной диаграммы (рис. 3). Из неё получим: <math>\left(\frac{F_0}{m}\right)^2 = A^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 A^2 \omega^2</math>, откуда</p> $A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (1.7)$ $\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1.8)$ <p><u>Резонанс</u></p> $[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2] = 0$ $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (1.9)$  <p>Рис. 4</p> $A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (1.10)$ <p>Если <math>\beta \ll \omega_0</math></p> $A_{\text{рез}} = -\frac{F_0 k}{2\beta\omega_0 m F_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{Q}{\lambda} \quad (1.12)$ $A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\beta\omega_0} \quad (1.11)$	 <p>Рис. 6</p> $U_R + U_C + U_L = U_m \cos \omega t \quad (1.20)$ $U_R = IR = U_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.23)$ $U_L = L \frac{dI}{dt} = U_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.21)$ $U_C = \frac{q}{C} \cos(\omega t - \varphi) = U_m \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.22)$ $U_{Cm} = I_m \frac{1}{\omega C} \quad (1.25)$ <p><u>Векторная диаграмма</u></p>  <p>Рис. 7</p> <p><u>Резонанс</u></p>  <p>Рис. 8</p> <p>Рис. 9</p> <p>Если <math>\beta \ll \omega_0</math></p> $\frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{\sqrt{LC}} R = Q \quad (1.27)$ $\omega_p = \omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (1.26)$

достигает максимального значения. Это явление называется *резонансом*.

Совокупность же кривых, изображаемых эту зависимость при разных значениях  $\beta$ , называется *резонансными кривыми*.

Эти кривые для пружинного маятника и колебательного контура изображены соответственно на рис. 4; 8 и 9. Из последнего рисунка следует, что резонансная частота для напряжения на конденсаторе не совпадает с резонансной частотой для тока.

4. Степень увеличения амплитуды колебаний при резонансе может быть охарактеризована величиной  $Q = \frac{\pi}{\lambda}$ , называемой *добротностью* колебательной системы. При малом затухании в случае пружинного маятника она показывает (1.11), во сколько раз амплитуда его колебаний в момент резонанса превышает смещение маятника из положения равновесия под действием постоянной силы той же величины, что и амплитуда вынуждающей силы.

В случае электромагнитных колебаний в контуре его добротность показывает (1.27), во сколько раз напряжение на конденсаторе (и на катушке) может превышать приложенное напряжение.

5. Итак, напряжение на реактивных элементах контура (т.е. на  $L$  и  $C$ ) в момент резонанса в  $Q$  раз больше входного. Поэтому резонанс в последовательном контуре носит название *резонанса напряжений*. Фазовые соотношения между током и напряжениями на элементах контура, позволяющие объяснить возможность существования на реактивных элементах напряжений больших, чем входное, при соблюдении в цепи второго правила Кирхгофа, показаны на векторной диаграмме (рис. 7) для случая  $\omega > \omega_{\text{рез}}$ .

## 2.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Тело массой  $m = 1$  г совершает затухающие колебания с частотой  $\omega = 3,14$  с<sup>-1</sup>. В течение времени  $t = 50$  с энергия тела уменьшилась в 5 раз. Определить коэффициент затухания, коэффициент сопротивления среды и логарифмический декремент затухания.

*Решение*

Поскольку полная энергия при гармоническом колебательном движении пропорциональна квадрату амплитуды (уравнение (1.17) табл. 1.1, то можно записать:

$$\frac{E_0}{E_n} = \frac{A_0^2}{A_n^2}. \quad (2.1)$$

Из (2.1) следует: 
$$\frac{A_0}{A_n} = \sqrt{5} = 2,24. \quad (2.2)$$

С другой стороны, амплитуда затухающих колебаний меняется по закону (1.6) табл. 2.1:

$$A_n = A_0 \cdot e^{-\beta t}, \quad (2.3)$$

откуда

$$\frac{A_0}{A_n} = e^{\beta t}. \quad (2.4)$$

Из (2.4), используя (2.2), можно найти:

$$\begin{aligned} \ln e^{\beta t} &= \ln 2,24 \Rightarrow \beta t = \ln 2,24 \Rightarrow \\ \beta &= \frac{\ln 2,24}{t} = \frac{0,8}{50} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Зная  $\beta$  из (1.2) табл. 2.1, найдём коэффициент сопротивления:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{r}{2m} \Rightarrow r = 2\beta m \Rightarrow \\ r &= 0,016 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с}. \end{aligned}$$

Логарифмический декремент вычислим по формуле (1.7) табл. 2.1:

$$\lambda = \beta t; T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \lambda = \beta \frac{2\pi}{\omega};$$

$$\lambda = 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 3,14}{3,14} = 3,2 \cdot 10^{-2}.$$

**Задача 2.** Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C = 10^3$  пФ и  $R = 2 \cdot 10^{-2}$  Ом.

1. Определить частоту собственных колебаний и длину волны, на которую настроен контур. При разомкнутой цепи конденсатор зарядился до  $q_m = 2 \cdot 10^{-7}$  Кл, а затем цепь замкнули.

2. Записать уравнение для разности потенциалов на зажимах конденсатора  $U_C(t)$  и тока в цепи  $I(t)$ .

3. Вычислить логарифмический декремент затухания контура, а также интервал времени, в конце которого амплитуда разности потенциалов  $U_{Cm}$  уменьшится в 2 раза. Определить число колебаний, совершённых за это время.

### *Решение*

1. Частоту собственных колебаний можно найти по формуле (1.4) табл. 2.1:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (2.5)$$

$$\text{В (2.5) } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}; \beta = \frac{R}{2L} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \text{ с}^{-1}.$$

Так как  $\beta \ll \omega_0$ , то можно полагать, что

$$\nu = \nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-9}}} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Гц}. \quad (2.6)$$



Длину волны определим по формуле (1.2) табл. 3.1:

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} = 2\pi c \sqrt{LC} = 6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-9}} = 3760 \text{ м}.$$

2. Согласно (1.13) табл. 2.1, уравнение, описывающее зависимость  $q(t)$ , можно записать в виде:

$$q = q_{m0} \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.7)$$

где  $\alpha = 0$ , так как цепь замыкается в момент  $t = 0$ , когда

$$q = q_{m0}.$$

Учитывая, что  $\alpha = 0$  и в нашем случае колебания носят квазигармонический характер (2.6), перепишем уравнение для заряда:

$$q = q_{m0} \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos \omega_0 t; \quad (2.8)$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\beta t} \cdot \cos \omega_0 t. \quad (2.9)$$

Подставляя в (2.9) численные значения, будем иметь:

$$U_C = 200 \cdot e^{-2,5t} \cdot \cos 5 \cdot 10^5 t \text{ В}; \quad (2.10)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \omega_0 q_{m0} \cdot e^{-\beta t} \left[ \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\beta}{\omega_0} \cos \omega_0 t \right]. \quad (2.11)$$

В (2.11) можно пренебречь вторым слагаемым, поскольку

$$\frac{\beta}{\omega_0} = 5 \cdot 10^{-6} \ll 1.$$

Тогда

$$I = I_{m0} \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.12)$$

Подставив в (2.12) численные значения, получим:

$$I = 0,1 \cdot e^{-2,5t} \cdot \cos\left(5 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ А}. \quad (2.13)$$

3. По определению (см. табл. 2.1, уравнение (1.7))

$$\lambda = \beta T = \frac{\beta}{\nu} = \frac{2,5}{0,8 \cdot 10^5} = 3,1 \cdot 10^{-5}.$$

Для нахождения интервала времени воспользуемся соотношением (1.6) табл. 2.1. Согласно ему

$$U_c(t) = U_{m0} \cdot e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{U_{m0}}{U_c(t)} = e^{\beta t} \Rightarrow 2 = e^{\beta t} \Rightarrow$$
$$t = \frac{\ln 2}{\beta} = 0,28 \text{ с.}$$

За это время произойдёт  $N = \frac{t}{T} = t \cdot \nu = 0,28 \cdot 0,8 \cdot 10^5 = 22400$  колебаний.

**Задача 3.** Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C = 2 \cdot 10^3$  пФ и катушки индуктивности с параметрами:  $R_L = 1$  Ом и  $L = 3 \cdot 10^{-5}$  Гн, включённых последовательно с источником переменной ЭДС.

Определить среднюю мощность, потребляемую контуром, когда в нём установятся вынужденные колебания с амплитудным значением разности потенциалов на зажимах конденсатора  $U_{cm} = 0,5$  В.

### *Решение*

Так как  $R_L \uparrow 0$ , контур будет потреблять от источника энергию, которая выделяется на сопротивлении  $R$  в виде тепла. За малый промежуток времени  $dt$  на  $R_L$  выделяется энергия

$$dE = I^2 R_L \cdot dt. \quad (2.14)$$

Средняя мощность  $P$ , потребляемая контуром, может быть найдена по соотношению

$$P = \frac{E_T}{T}, \quad (2.15)$$

где  $T$  – период колебаний;

$$E_T = \int_0^T I^2 R_L dt. \quad (2.16)$$

Подставив в (2.16)  $I = I_m \sin(\omega t + \varphi)$  (по такому закону будет меняться ток в контуре), получим:

$$E_T = I_m^2 R_L \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{I_m^2 R_L}{2} \int_0^T [1 - \cos 2(\omega t + \varphi)] dt = \frac{I_m^2 R_L}{2} T. \quad (2.17)$$

Из сравнения (2.15) и (2.17) следует, что решение задачи сводится к нахождению  $I_m$ . Искомая величина может быть определена из уравнения (1.25) в табл. 2.2.

$$I_m = \omega C U_{Cm}, \quad (2.18)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (2.19)$$

Вычислим  $\omega_0$  и  $\beta$ :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}} = 4,1 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1},$$

$$\beta = \frac{R_L}{2L} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-5}} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}.$$

Из сравнения численных значений  $\omega_0$  и  $\beta$  видно, что  $\omega_0^2 \gg \beta^2$ , а значит, колебания можно принять за квазигармонические с собственной частотой  $\omega = \omega_0$ . С учётом этого

$$I_m = \omega_0 C U_{Cm}. \quad (2.20)$$

Подставляя (2.20) в (2.17), а полученный результат в (2.15), будем иметь:

$$P = \frac{\omega_0^2 \cdot C^2 \cdot U_{Cm}^2 \cdot R_L}{2} = \frac{4,1 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 10^{-18} \cdot 0,5^2 \cdot 1}{2} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}.$$

**Задача 4.** Проанализировать изменение сдвига фазы  $\varphi$  между внешней силой и смещением  $x(t)$  при изменении частоты  $\omega$  вынужденных колебаний. Рассмотреть три случая:

$$1) \omega \ll \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \text{ (и предельный случай } \omega \rightarrow 0);$$

$$2) \omega \gg \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0;$$

$$3) \omega = \omega_0.$$

Для каждого из случаев записать выражение для амплитуды смещения и указать возможное практическое применение.

### *Решение*

Согласно (1.7) и (1.8) табл. 2.2, в общем случае

$$x_m = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \beta^2 \cdot \omega^2}}, \quad (2.21)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.22)$$

1. Из (2.21) и (1.5) табл. 1.1 следует, что при  $\omega = 0$

$$x_m = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}, \quad \operatorname{tg} \psi = 0 \Rightarrow \psi = 0.$$

При  $\omega \ll \omega_0$  и малом  $r$

$$\psi \rightarrow 0, \quad x \approx x_m \cos \omega t = \frac{F_0}{k},$$

т.е. смещение почти без искажения следует за изменением вынуждающей силы.

Этот случай представляет интерес, в частности, для измерительной техники: самописец прибора для реги-

страции быстропеременных усилий должен успевать следовать за изменениями вынуждающей силы. Последнее можно реализовать, если  $\omega \ll \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ . Отсюда следует, чтобы  $\psi \rightarrow 0$ , необходимо увеличивать и уменьшать  $k$ .

$$2. \omega \gg \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0. \text{ Из (2.22) вытекает, что при малом } r \\ \operatorname{tg} \psi = -\infty \Rightarrow \psi = -\pi, \quad (2.23)$$

$$x_m = \frac{\frac{F_0}{m}}{\omega_0^2 \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\beta^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \text{ или } x_m \approx \frac{F_0}{m} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2. \quad (2.24)$$

Из (2.23) и (2.24) следует:

1) вынуждающая сила и смещение находятся в противофазе;

2) амплитуда вынужденных колебаний не может быть большой, и с ростом вынуждающей частоты будет меняться по (2.24). Этот результат может быть использован для предотвращения воздействий качки корабля на регистрирующий прибор. Как видно из (2.22), чтобы  $\psi \rightarrow -\pi$  необходимо уменьшать  $k$  и увеличивать  $m$ . Тогда  $\omega_0$  будет много меньше  $\omega_{\text{вын}}$ . При этом, как следует из (2.24), амплитуда колебаний подвешенного прибора будет много меньше амплитуды колебаний точки подвеса;

3) при  $\omega = \omega_0$  наступает резонанс. При малом  $r$ , как это видно из (1.27) табл. 2.2,

$$x_m = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\beta\omega_0} = \frac{F_0\omega_0}{k2\beta}. \quad (2.25)$$

Из (2.25) следует: чем меньше  $r$ , тем больше  $x_m$ . При  $r \rightarrow 0$   $x_m \rightarrow \infty$ .

**Задача 5.** В колебательном контуре, состоящем из последовательно включённых конденсатора, катушки и сопротивления, происходят вынужденные гармонические колебания. При частотах вынуждающей ЭДС  $\omega_1 = 300 \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_2 = 600 \text{ с}^{-1}$  амплитуда силы тока равна половине своего максимального значения. Определить частоту  $\omega_0$  собственных гармонических колебаний в контуре и частоту  $\omega_{\square}$  вынуждающей ЭДС, при которой амплитуда напряжения на конденсаторе максимальна.

*Решение*

Согласно (1.19) табл. 2.2,

$$I_{\max} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (2.26)$$

Максимальное же значение амплитуды силы тока имеет место при  $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ ,

т.е. 
$$I_{\max} = \frac{U_m}{R}. \quad (2.27)$$

1. Определим  $\omega_0$ .

По условию задачи при  $\omega = \omega_1$  и  $\omega = \omega_2$

$$I_{\max} = \frac{I_{\max_0}}{2} = \frac{U_m}{2R}. \quad (2.28)$$

Подставив (2.28) в (2.26), а в первую часть сначала  $\omega_1$ , а затем  $\omega_2$ , получим два уравнения с одинаковыми левыми частями. Приравняв правые части, будем иметь:

$$\left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2. \quad (2.29)$$

Разделим левую и правую части на  $L^2$ :

$$\left(\omega_1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_1}\right)^2 = \left(\omega_2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2}\right)^2, \quad (2.30)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ .

Извлечём из левой и правой частей (2.30) квадратный корень, учитывая, что  $\omega_1 < \omega_0$ , а  $\omega_2 > \omega_0$ . В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_0^2}{\omega_1} - \omega_1 &= \omega_2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} \Rightarrow \omega_0^2 \cdot \omega_2 - \omega_1^2 \cdot \omega_2 = \omega_2^2 \cdot \omega_1 - \omega_0^2 \cdot \omega_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_0^2 (\omega_2 + \omega_1) &= \omega_1 \omega_2 (\omega_2 + \omega_1) \Rightarrow \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \sqrt{300 \cdot 600} = 424 \text{ с}^{-1}.$$

2. Найдём  $\omega_p$ . По соотношению (1.26) табл. 2.2

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (2.32)$$

В (2.32) неизвестно  $\beta$ . Его определим из (2.26), подставив в левую часть (2.28), а в правую –  $\omega_2$ . Тогда будем иметь:

$$\frac{U_m}{2R} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}} \Rightarrow (2R)^2 = R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2. \quad (2.33)$$

Разделим левую и правую части (2.33) на  $L^2$ :

$$3 \frac{R^2}{L^2} = \left(\omega_2 - \frac{1}{\omega_2 LC}\right)^2. \quad (2.34)$$

Заменив в (2.34)  $\frac{R^2}{L^2} = 4\beta^2$  и  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , получим:

$$12\beta^2 = \left(\omega_2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2}\right)^2. \quad (2.35)$$

С учётом (2.31) будем иметь:

$$\omega_2 - \frac{\omega_2 \cdot \omega_1}{\omega_2} = 2\sqrt{3}\beta \Rightarrow \beta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\sqrt{3}} = \frac{600 - 300}{2\sqrt{3}} = 86,6 \text{ с}^{-1}. \quad (2.36)$$

Подставив (2.36) в (2.32), получим:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{424^2 - 2 \cdot 86,6^2} = 406 \text{ с}^{-1}.$$

### 3. ВОЛНЫ

#### 3.1. Основные понятия и соотношения

Процесс распространения колебаний в пространстве называется *волной*. Рассмотрим упругие и электромагнитные волны.

Начнём с упругих волн и на их примере введём основные понятия. Сразу отметим, что частицы среды, в которой распространяется упругая волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, а лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

В зависимости от направления этих колебаний по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают *продольные* и *поперечные волны*.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ , называют *фронтом волны* (или волновым фронтом).

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называют *волновой поверхностью*. Она может быть любой формы. В простейших случаях волновые поверхности имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в таких случаях называется *плоской* или *сферической*. В дальнейшем мы будем рассматривать в основном плоские волны.

Расстояние  $\lambda$ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды  $T$ , называется *длиной волны*. Очевидно, что

$$\lambda = v \cdot T, \quad (3.1)$$

где  $v$  — фазовая скорость волны, т.е. скорость распространения зафиксированного значения её фазы.



Если в среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности. Следовательно, волны просто накладываются одна на другую, не возмущая друг друга. Это утверждение называется *принципом суперпозиции*.

В случае, когда колебания, обусловленные отдельными волнами в каждой из точек среды, обладают постоянной разностью фаз, волны называются *когерентными*. При сложении когерентных волн колебания в одних точках усиливают, а в других ослабляют друг друга. Это явление называется *интерференцией*.

Здесь мы рассмотрим важный случай интерференции, наблюдаемой при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой. Возникающий в результате колебательный процесс называется *стоячей волной*.

В стоячей волне (формула (1.11) табл. 1.1 в каждой точке колебания происходят с той же частотой, что и у встречных волн, причём амплитуда зависит от  $x$ .

Точки, в которых амплитуда колебаний достигает максимального значения, называются *пучностями* стоячей волны.

Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются *узлами* стоячей волны.

Расстояние между соседними пучностями так же, как и расстояние между соседними узлами, равно  $\frac{\lambda}{2}$ .

Поскольку множитель  $\left(2A \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$  при переходе через нулевое значение меняет знак, фаза колебаний по обе стороны от узла отличается на  $\pi$ .

Средний по величине поток энергии в любом сечении стоячей волны равен нулю. При этом дважды за пе-

риод происходит превращение энергии стоячей волны то полностью в потенциальную, сосредоточенную в основном вблизи узлов волны, то полностью в кинетическую, сосредоточенную в основном вблизи пучностей волны.

Важным частным случаем интерференции волн являются стоячие волны, возникающие в закреплённой с обоих концов натянутой струне при возбуждении поперечных колебаний. Поскольку в местах закрепления струны должны располагаться узлы, в струне с заметной интенсивностью возбуждаются только такие колебания, половина длины волны которых укладывается на длине струны целое число раз.

Частоты  $\nu_n$  (формула (1.16) табл. 1.1) называются *собственными частотами* струны. Самая низкая из них называется *основной частотой*.

Основные соотношения, описывающие волны, приведены в табл. 3.1, причём формулы, наиболее часто употребляемые при решении задач, выделены рамочкой.

Отметим, что и левая и правая половины табл. 3.1 открываются волновыми уравнениями, описывающими в дифференциальной форме любую волну.

Нетрудно видеть, что уравнения (1.17) аналогичны уравнению (1.1). Так же аналогичны и их решения, соответствующие плоской (1.3), (1.19) и сферической (1.6) волнам. Наконец, аналогичными уравнениями описывается энергия упругих и электромагнитных волн. Поэтому в правой половине табл. 3.1 в пункте «Энергия электромагнитных волн» приведены только те уравнения, которые по своей форме отличаются от соответствующих уравнений левой половины.

Уравнения же (1.7) – (1.10) одинаково пригодны как для упругих, так и для электромагнитных волн.

Таблица 3.1

[illegible]

### 3.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** В однородной среде распространяется плоская упругая волна вида  $\xi = 0,02 \cdot \cos(100t - 2x)$  м. Найти скорость распространения данной волны, максимальную скорость колебаний частиц среды и изобразить на графиках зависимости  $\xi$  и  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$  от  $x$  для момента времени  $t = 0$ .

*Решение*

Из (1.4) следует:

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (3.2)$$

В нашем случае  $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $k = 2 \text{ м}^{-1}$ . Подставляя эти значения в (3.2), будем иметь:

$$v = \frac{100}{2} = 50 \text{ м/с}.$$

Скорость колебания частиц среды найдём, взяв производную по времени от исходного уравнения волны:

$$U = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -2 \sin(100t - 2x) = 2 \cdot \cos\left(100t - 2x + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.3)$$

Очевидно, что максимальная скорость колебаний частиц среды равна амплитудному значению  $U_m = 2 \text{ м/с}$ . Из сравнения (3.2) с исходным уравнением волны видно, что на графиках зависимости  $\xi$  и  $\frac{\partial \xi}{\partial t}$  должны изображаться косинусоиды, сдвинутыми по фазе друг относительно друга на  $\frac{\pi}{2}$  (рис. 3.1, а, б).

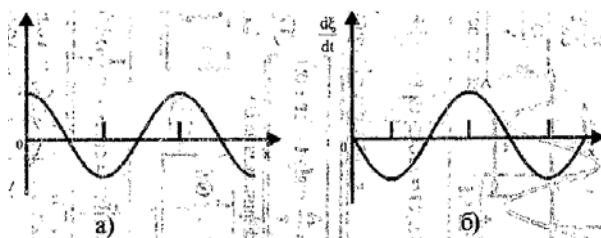


Рис. 3.1

**Задача 2.** На струне длиной  $l = 100$  см образовалась стоячая волна, имеющая четыре узла. Найти координаты точек, которые совершают колебания с амплитудой в 2 раза меньше максимальной  $A_m$ .

*Решение*

В рассматриваемом случае уравнение (1.11) удобнее записать в виде

$$\xi = 2A \sin kx \cdot \sin \omega t.$$

Тогда зависимость амплитуды смещения  $A$  от  $x$  будет определяться выражением

$$A = A_m |\sin kx|. \quad (3.4)$$

Отсюда

$$\frac{1}{2} = |\sin kx|. \quad (3.5)$$

Решение (3.5) может быть представлено в виде

$$x = \frac{\pm \frac{\pi}{6} + n\pi}{k} = \frac{\lambda}{2} \left( \pm \frac{1}{6} + n \right), \quad (3.6)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$

Чтобы определить  $\lambda$ , нарисуем рассматриваемую стоячую волну (рис. 3.2). Из рисунка следует:  $\lambda = \frac{2}{3} l$ .

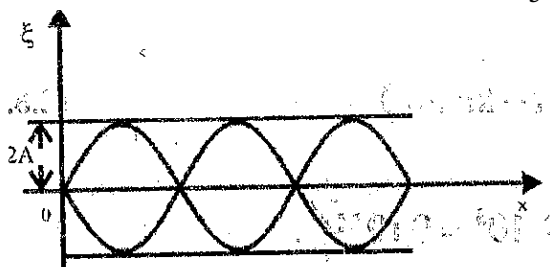


Рис. 3.2

С учётом этого из (3.5) получим следующие значения искомых координат:  $x = 5; 25; 35; 55; 65; 85$ .

**Задача 3.** Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой  $\nu = 9 \text{ кГц}$ . На расстоянии  $r_0 = 10 \text{ м}$  от источника амплитуда смещения частиц среды  $A_0 = 10 \text{ мкм}$ . Найти расстояние  $r$ , на котором амплитуда смещения частиц среды  $A$  в 3 раза меньше  $A_0$ , и амплитуду колебаний скорости частиц среды на этом расстоянии.

*Решение*

Процесс распространения звуковых колебаний от точечного источника описывается сферической волной (формула (1.6) табл. 3.1). Обозначим  $a = \frac{A}{r}$ . Тогда в соответствии с (1.6)

$$\frac{a}{a_0} = \frac{r_0}{r} = \frac{1}{3},$$

откуда

$$r = 3 \cdot r_0 = 30 \text{ м}.$$

Амплитуду колебаний скорости частиц найдём, взяв производную от смещения по времени

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -a\omega \cdot \sin(\omega t - kr + \alpha). \quad (3.6)$$

Из (3.6)

$$U_{\max} = a\omega = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{3} \cdot 2\pi \cdot 9 \cdot 10^3 = 0,19 \text{ м/с}.$$

**Задача 4.** Плоская электромагнитная волна

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cdot \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}),$$

где  $E_m = 500 \text{ В/м}$ ;  $\vec{k} = (3\vec{i} + 4\vec{j})_{\text{м}}$ , распространяется в вакууме. Найти средний за период поток энергии, проходящей через плоскую поверхность площадью  $S = 5 \text{ см}^2$ , расположенную перпендикулярно оси.

*Решение*

Средний за период поток энергии согласно уравнению (1.8) табл. 3.1 определяется формулой

$$\Phi = \langle |\vec{P}| \rangle S \cdot \cos \alpha, \quad (3.7)$$

где  $\langle |\vec{P}| \rangle$  – усреднённый по времени модуль вектора Пойтинга;  $\alpha$  – угол между волновым вектором  $\vec{k}$  и направлением оси  $x$  (рис. 3.3).

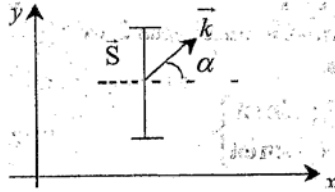


Рис. 3.3

Подставляя в (3.7)  $\langle P \rangle = \frac{\epsilon_0 E_m^2}{2} \cdot c$  и учитывая, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ , будем иметь:

$$\Phi = \frac{\epsilon_0 E_m^2}{2} \cdot c \cdot S \cdot \cos \alpha \approx 8 \text{ Дж/с}.$$

**Задача 5.** Определить энергию, переносимую за время  $t = 1$  мин плоской электромагнитной волной, распространяющейся в вакууме через площадку  $S = 10^{-3} \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, если известно, что амплитуда напряжённости электрического поля в волне  $E_m = 10^{-3} \text{ В/м}$ , а частота колебаний  $\nu = 100 \text{ кГц}$ .

*Решение*

Из (1.7) и (1.8) табл. 3.1 следует:

$$E = \int_0^t S P dt. \quad (3.8)$$

Найдём неизвестное значение вектора  $\vec{P}$ . Согласно формуле (1.22) табл. 3.1,

$$P = E \cdot H \cdot \sin 90^\circ = E \cdot H. \quad (3.9)$$

В нашем случае расстояние от источника волн до площадки  $S$  фиксировано, поэтому  $E$  и  $H$  можно выразить в виде:

$$\left. \begin{aligned} E &= E_m \cdot \sin \omega t \\ H &= H_m \cdot \sin \omega t \end{aligned} \right\}. \quad (3.10)$$

С учётом (3.10)

$$P = E_m \cdot H_m \cdot \sin^2 \omega t. \quad (3.11)$$

Поскольку электромагнитная волна плоская, то, согласно (1.20),

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m, \quad (3.12)$$

так как для вакуума  $\varepsilon = \mu = 1$ .

Подставляя (3.12) в (3.11), а полученное уравнение в (3.8), будем иметь:

$$E = S \int_0^t P dt = S \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m^2 \int_0^t \sin^2 \omega t \cdot dt = S \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4\omega} \right).$$

Оценим второе слагаемое в последнем выражении:

$$\frac{\sin 2\omega t}{4\omega} = \frac{1}{8\pi} \cdot T \cdot \sin \frac{4\pi}{T} \cdot t \leq \frac{T}{8\pi}.$$

Период колебаний  $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{100 \cdot 10^3} = 10^{-5} \text{ с}$ . Следовательно,  $T \ll t$ , а это значит, что вторым слагаемым можно пренебречь. Тогда

$$E = S \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_m^2 \cdot \frac{t}{2} = 10^{-3} \sqrt{\frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} \cdot 10^{-6} \cdot 30 = 8 \cdot 10^{-11} \text{ Вт}.$$

**Задача 6.** В упругой среде распространяется волна со скоростью 300 м/с. Уравнение колебаний источника имеет вид:  $\xi = 10 \sin 0,5\pi t$  см. Чему равна максимальная кинетическая энергия, переносимая волной через среду массой 4 кг? Чему равна эта энергия в момент максимального смещения точек среды от положения равновесия?



### Решение

Кинетическую энергию, переносимую волной, вычислим по формуле

$$E = \frac{mU^2}{2}, \quad (3.13)$$

где  $U$  – скорость колебаний точек среды, в которой распространяется волна:

$$U = \frac{\partial \xi}{\partial t}.$$

В нашем случае уравнение волны согласно (1.3) табл. 3.1 может быть записано в виде

$$\xi = 10 \cdot \sin 0,5\pi \left( t - \frac{x}{300} \right) \text{ см}. \quad (3.14)$$

Тогда

$$U = 10 \cdot 0,5\pi \cdot \cos 0,5\pi \left( t - \frac{x}{300} \right) \text{ см/с}. \quad (3.15)$$

Так как требуется найти максимальную кинетическую энергию, то вычислим  $U_{\max}$ :

$$U_{\max} = 10 \cdot 0,5\pi \cdot 10^{-2} = 0,05\pi \text{ м/с}. \quad (3.16)$$

Подставив (3.16) в (3.13), получим:

$$E_{\max} = \frac{m}{2} U_{\max}^2 = \frac{4}{2} \cdot 0,05^2 \cdot \pi^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Ответим на второй вопрос:

$$E_{\kappa} = \frac{mU^2}{2} = \frac{m}{2} 25\pi^2 \cdot \cos^2 0,5\pi \left( t - \frac{x}{300} \right). \quad (3.17)$$

Сравнивая (3.14) и (3.15), нетрудно видеть, что смещение колеблющихся точек принимает максимальное

значение в тех случаях, когда  $\sin 0,5\pi\left(t - \frac{x}{300}\right) = 1$ , но

в этот момент значение косинуса равно нулю. Значит, кинетическая энергия у точек среды при их максимальном смещении равна нулю.

## 4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### 4.1. Основные понятия и соотношения

**Световая волна.** С волновой точки зрения свет представляет собой высокочастотные *электромагнитные волны*. В электромагнитных волнах колеблются векторы напряжённости электрического  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  магнитного полей. При этом, как показывает опыт, физиологическое и другие действия света вызываются колебаниями вектора  $\vec{E}$ . В соответствии с этим при анализе световых явлений рассматривают в основном поведение именно этого вектора. Его называют световым.

Световая волна от обычного макроскопического источника, основанного на явлении спонтанного излучения (электрическая лампочка), складывается из волн, испускаемых его атомами при переходе электронов из возбуждённого состояния в основное. Процесс излучения отдельного атома продолжается около  $10^{-8}$  с. За это время успевает образоваться цуг волн – отрезок электромагнитной волны протяжённостью около 3 м, поле внутри которого меняется примерно по гармоническому закону (рис. 1, а табл. 4.1). Одновременно и независимо друг от друга «вспыхивает» много атомов. Возбуждённые ими цуги волн могут отличаться друг от друга *длительностью* и даже *частотой*. Накладываясь друг на друга, они образуют испускаемую телом световую волну. В этой волне

плоскость колебаний светового вектора для каждого цуга ориентирована случайным образом. Поэтому в результирующей волне «естественного» света различные направления колебаний светового вектора представлены с равной вероятностью.

Через время порядка  $10^{-8}$  с излучение одной группы атомов сменяется излучением другой группы, но фазы новых цугов никак не связаны с фазами предыдущих.

Из сказанного ясно, что обычные макроскопические источники излучают *немонохроматический* свет. Однако там, где можно пренебречь, немонхроматический свет будем считать монохроматическим, т.е. имеющим определённую частоту.

Длины волн видимого света заключены в пределах  $\lambda_0 = 4000 \div 7600 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ). Эти значения относятся к световым волнам в вакууме. В веществе длины волн будут меньше

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (4.1)$$

где  $n$  – абсолютный показатель преломления среды.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad (4.2)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – скорость света в вакууме;

$v$  – фазовая скорость света в данной среде;

$\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные вакуума;

$\varepsilon$  и  $\mu$  – относительные электрическая и магнитная проницаемости данного вещества.

Значения показателя преломления характеризуют *оптическую плотность* среды. Среда с большим  $n$  называется оптически более плотной, чем среда с меньшим  $n$ .

На границе двух сред с разными значениями  $n$  падающая световая волна делится на отражённую и преломлённую. При этом соотношения между амплитудами и фазами падающей, отражённой и преломлённой волн определяются значениями показателей преломления двух сред.

В частном случае нормального падения плоской монохроматической световой волны на поверхность раздела однородных и изотропных диэлектриков с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  соотношения между мгновенными значениями световых векторов в падающей  $\vec{E}$  и отражённой  $\vec{E}'$ , падающей и преломлённой  $\vec{E}''$  волнах даются формулами

$$\vec{E}' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \cdot \vec{E}; \quad (4.3)$$

$$\vec{E}'' = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \cdot \vec{E}. \quad (4.4)$$

Из (4.3) следует, что при  $n_2 < n_1$  фаза отражённой волны *не меняется*, а при  $n_2 > n_1$  — *меняется на  $\pi$* .

Из (4.4) ясно, что при прохождении через такую границу *фаза не претерпевает скачка*.

Частоты видимых световых волн лежат в диапазоне  $\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15}$  Гц. Плотность потока переносимой ими энергии определяется вектором Пойнтинга  $\vec{S}$ :

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (4.5)$$

Из (4.5) следует, что частота изменения вектора Пойнтинга вдвое больше частоты волн. Это очень высокая частота. Ни глаз, ни какой-либо другой прибор не могут уследить за столь частыми изменениями потока энергии. В связи с этим для характеристики плотности потока

энергии, переносимой световой волной, вводится характеристика, называемая интенсивностью света  $I$  в данной точке пространства:

$$I = \left\langle \vec{S} \right\rangle. \quad (4.6)$$

В (4.6) усреднение производится за время «срабатывания» прибора.

При распространении света в однородной среде можно считать, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды светового вектора  $A$ :

$$I \sim A^2. \quad (4.7)$$

Линии, вдоль которых распространяется световая энергия, называются лучами. Усреднённый вектор Пойнтинга в каждой точке направлен по касательной к лучу.

Световые волны поперечны, но, несмотря на это, они обычно не обнаруживают асимметрии относительно луча. Это обусловлено тем, что в «естественном» свете, как это следует из приведённого выше механизма его образования, имеются колебания светового вектора, совершающиеся в самых разных направлениях, перпендикулярных лучу, и интенсивность этих колебаний одинакова.

Свет, в котором направления колебаний упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*.

**Интерференция света.** Интерференция света состоит в перераспределении светового потока в пространстве при наложении когерентных световых волн, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности.

Для осуществления интерференции необходимо, чтобы колебания векторов  $\vec{E}$  электромагнитных полей накладываются когерентных волн совершались вдоль одного и того же или близких направлений.

**Когерентность световых волн.** Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Две волны называются когерентными, если *разность фаз* возбуждаемых ими в разных точках пространства колебаний остаётся *постоянной с течением времени*.

Для монохроматических волн это условие удовлетворяется при равенстве частот накладываемых друг на друга волн. В этом случае

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \delta, \quad (4.8)$$

где  $I$ ,  $I_1$  и  $I_2$  – соответственно суммарная интенсивность, интенсивность первой и второй волн, а  $\delta$  – разность фаз складываемых колебаний.

Реальная же световая волна не является монохроматической, она образуется наложением колебаний всевозможных частот (или длин волн), заключённых в более или менее узком, но конечном интервале частот  $\Delta\omega$  (соответственно длин волн  $\Delta\lambda$ ). Даже для света, который считается монохроматическим, интервал частот  $\Delta\omega$  является конечным. Испускаемые атомами спектральные линии имеют «естественную» ширину  $\Delta\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$  или  $\Delta\lambda \sim 10^{-4} \text{ \AA}$ . Различают *временную и пространственную когерентности*.

**Временная когерентность.** Она обусловлена немонохроматичностью. У реальных световых волн с течением времени меняются амплитуда, частота и фаза. Изменения частоты и фазы можно свести либо к изменению одной лишь частоты, либо к изменению одной лишь фазы. Когерентные свойства волн в этом случае можно охарактеризовать временем когерентности и длиной когерентности.

**Время когерентности**  $t_{\text{ког}}$  – это такое время, за которое случайное изменение фазы волны достигает значения порядка  $\pi$   $\left( t_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega} \right)$ . **Длина когерентности**  $l_{\text{ког}}$  – это

расстояние, на которое перемещается волна за время когерентности

$$l_{\text{ког}} = c \cdot t_{\text{ког}} . \quad (4.9)$$

Получить когерентные световые волны можно, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части (рис. 2 табл. 4.1). Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути  $L = ns$ , а потом наложить их друг на друга, то при оптической разности хода

$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 \quad (4.10)$$

меньшей  $l_{\text{ког}}$  будет наблюдаться интерференция.

Качественно такая картина интерференции может быть представлена следующим образом. При делении исходной световой волны каждый её цуг делится на два идентичных (а значит когерентных по отношению друг другу) цуга. При наложении двух волн цуги, прошедшие больший оптический путь, опаздывают относительно цугов, прошедших меньший оптический путь (см. табл. 4.1 рис. 1, б). Интерференция возникает в месте перекрытия «родственных» цугов. Ясно, что если опоздание будет больше длины цуга  $l_{\text{ког}}$ , то «родственные» цуги никогда не встретятся, и интерференции наблюдаться не будет, поскольку по отношению к другим цугам они некогерентны.

Количественный расчёт, основанный на интеграле Фурье и выполненный в предположении, что свет состоит из последовательности идентичных цугов частоты  $\omega_0$  и длительности  $\tau$ , даёт для времени когерентности и длины когерентности соответственно соотношения

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta \lambda} ; \quad (4.11)$$

$$I_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (4.12)$$

**Пространственная когерентность.** Пространственная когерентность связана с разбросом направлений волнового вектора  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \vec{n}$ . Этот разброс возникает из-за протяжённости реальных источников света. У таких источников каждая точка излучает свет независимо от всех остальных. Допустим, для простоты, что источник имеет форму диска, видимого из данной точки под углом  $\varphi$  (см. табл. 4.1 рис. 3, а). Пусть свет от такого источника падает на две узкие щели, за которыми находится экран (см. табл. 4.1 рис. 3, б). Будем считать, что степень временной когерентности достаточна для получения чёткой интерференционной картины. Тогда волна, пришедшая из точки  $O$ , создаст нулевой максимум  $M$  в центре экрана. Нулевой максимум  $M'$ , созданный волной, пришедшей из точки  $O'$ , будет смещён от середины экрана на расстояние  $x' = \frac{l\varphi}{2} \left( \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2} \right)$ . Нулевой максимум  $M''$ , созданный волной, пришедшей от источника  $O''$ , будет смещён в противоположную сторону на расстояние  $x'' = x'$ . Нулевые максимумы от остальных участков источника будут располагаться между максимумами  $M'$  и  $M''$ .

Поскольку отдельные участки источника света возбуждают волны, фазы которых никак не связаны между собой, интерференционная картина на экране будет наложением картин, созданных каждым из участков в отдельности.

При этом, если смещение  $x'$  много меньше ширины интерференционной полосы  $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$ , максимумы от разных источников практически накладываются друг на



друга и картина будет такой же, как от точечного источника. При  $x' \approx \Delta x$  максимумы от одних участков придутся на минимумы от других, и интерференционная картина наблюдаться не будет.

Таким образом, интерференционная картина будет различимой при условии  $x' < \Delta x$ , т.е.

$$\frac{l\varphi}{2} < \frac{l\lambda}{d} \quad (4.13)$$

или 
$$d < \frac{\lambda}{\varphi}, \quad (4.14)$$

где  $d$  – наибольшее расстояние между щелями, при котором ещё можно наблюдать интерференцию от источника с угловым размером  $\varphi$ .

Совокупность волн с различными  $\vec{k}$  можно заменить результирующей волной, волновая (точнее, псевдоволновая) поверхность которой проходит через щели в экране. Отсутствие при определённом  $d$  интерференционной картины означает, что колебания в самой волне в точках, находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга, являются некогерентными. Если уменьшить расстояние  $d$ , то появится интерференционная картина, а следовательно, колебания в самой волне на меньшем расстоянии оказываются когерентными.

Такая когерентность называется пространственной. Она характеризуется длиной пространственной когерентности или радиусом когерентности  $\rho_{\text{ког}}$ .  $\rho_{\text{ког}}$  – это расстояние, при смещении на которое вдоль псевдоволновой поверхности изменение фазы достигает значения  $\pi$ . Из (4.14) следует:

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (4.15)$$

**Интерференция двух цилиндрических когерентных волн.** Схема интерференции представлена на рис. 4 табл. 4.1. Там же приведены основные соотношения (1.6) – (1.10), описывающие этот вид интерференции. Отметим, что число полос, наблюдаемых в этом виде интерференции, ограничено длиной когерентности (соотношение (1.10)).

**Полосы равного наклона** – это интерференционные полосы, возникающие при отражении света от плоскопараллельной пластинки, когда оптическая разность хода определяется только углом падения. Схема интерференции представлена на рис. 5, а в табл. 4.2. Там же приведены основные соотношения, описывающие этот вид интерференции, (1.11) – (1.13). На рис. 5, б представлена схема интерференции при прохождении света через плоскопараллельную пластинку. Основные соотношения, описывающие этот вид интерференции, (1.14) – (1.16).

**Полосы равной толщины** – это интерференционные полосы, возникающие при прохождении света от пластинок переменной толщины, когда оптическая разность хода определяется только толщиной пластинки в месте падения луча. Схемы интерференции (клин и кольца Ньютона) представлены на рис. 6, а, б и рис. 7, а, б в табл. 4.2. Рядом – описывающие её соотношения (1.17) – (1.19).

Схемы наблюдения (зеркало Френеля – рис. 8 и би-призма Френеля – рис. 9) представлены в табл. 4.2. Там же приведены описывающие их соотношения (1.29) – (1.32).

Интерференция света

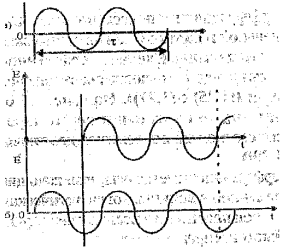


Рис. 1

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= A_1 \cos \omega \left( t - \frac{S_1}{v_1} \right) \\ E_2 &= A_2 \cos \omega \left( t - \frac{S_2}{v_2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \quad (1.1)$$

$$\max : \Delta = \pm m \lambda_0, m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

$$\min : \Delta = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0$$

или :

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$



а)

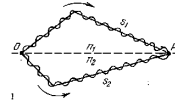
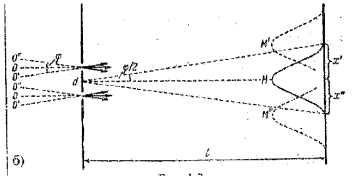


Рис. 2



б)

Рис. 3

$$d < \frac{\lambda}{\varphi} \quad (1.4)$$

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\varphi} \quad (1.5)$$

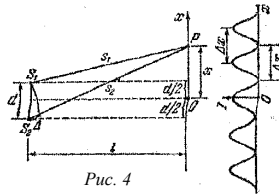


Рис. 4

$$\Delta = n \frac{x d}{l} \quad (1.6)$$

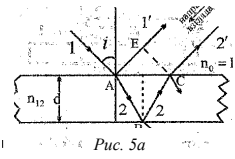
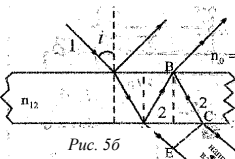
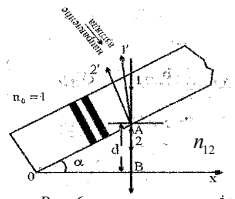
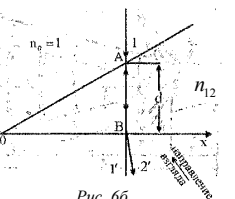
$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda, (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.7)$$

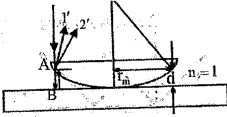
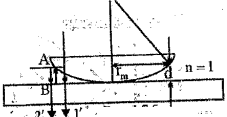
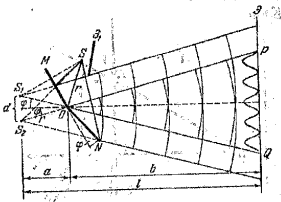
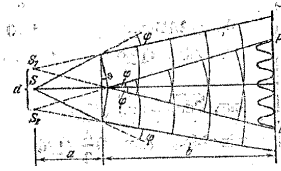
$$x_{\min} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{l}{d} \lambda, (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.8)$$

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda \quad (1.9)$$

$$m_{\text{пред}} \cdot \lambda \sim l_{\text{ког}} \Rightarrow$$

$$m_{\text{пред}} \sim \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \quad (1.10)$$

Интерференция света	
Полосы равного наклона	
Тонкая пластинка	
<p>В отражённом свете</p>  <p>Рис. 5а</p> $\Delta_{\text{геом}} = (AB + BC) - AE$ $\Delta_{\text{опт}} = (AB + BC) \cdot n_{12} - AE \pm \frac{\lambda}{2}$ $\Delta = 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} \quad (1.11)$ $\text{max: } 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} = (2m \pm 1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.12)$ $\text{min: } 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} = m\lambda \quad (1.13)$	<p>В проходящем свете</p>  <p>Рис. 5б</p> $\Delta_{\text{опт}} = (AB + BC) \cdot n_{12} - AE$ $\Delta = 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} \quad (1.14)$ $\text{max: } 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} = m\lambda \quad (1.15)$ $\text{min: } 2d\sqrt{n_{12}^2 - \sin^2 i} = (2m \pm 1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.16)$
Полосы равной толщины	
Клин	
 <p>Рис. 6а</p> $\Delta_{\text{геом}} = 2AB$ $\Delta_{\text{опт}} = 2AB \cdot n_{12} \pm \frac{\lambda}{2} \quad i = 0 \quad (\sin i = 0)$ $\Delta = 2dn_{12} \pm \frac{\lambda}{2} \quad (1.17)$ $\text{max: } 2dn_{12} = (2m \pm 1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.18)$ $\text{min: } 2dn_{12} = m\lambda \quad (1.19)$	 <p>Рис. 6б</p> $\Delta_{\text{опт}} = 2AB \cdot n_{12} \quad i = 0$ $\Delta = 2dn_{12} \quad (1.20) \quad \sin i = 0$ $\text{max: } 2dn_{12} = m\lambda \quad (1.21)$ $\text{min: } 2dn_{12} = (2m \pm 1)\frac{\lambda}{2} \quad (1.22)$

Интерференция света Кольца Ньютона	
 <p>Рис. 7а</p> $\tau_m = \sqrt{2Rd} \quad i = 0$ $\sin i = 0$ $\Delta x_{\text{опт}} = 2AB \pm \frac{\lambda}{2} = 2d \pm \frac{\lambda}{2} \quad (1.23)$ $\max: r_{m_{\text{сн}}} = \sqrt{(2m \pm 1) \frac{\lambda}{2} R} \quad (1.24)$ $\max: r_{m_{\text{внн}}} = \sqrt{Rm\lambda} \quad (1.25)$	 <p>Рис. 7б</p> $\Delta x_{\text{опт}} = 2AB \pm \frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{2} = 2d \pm \lambda \quad (1.26)$ $\max: r_{m_{\text{сн}}} = \sqrt{Rm\lambda} \quad (1.27)$ $\min: r_{m_{\text{внн}}} = \sqrt{(2m \pm 1) \frac{\lambda}{2} R} \quad (1.28)$
 <p>Рис. 8</p>	$a \approx r$ $\Delta x = \frac{r+b}{2r \cdot \varphi} \cdot \lambda \quad (1.29)$ $N = \frac{4b \cdot r \cdot \varphi^2}{\lambda(r+b)} \quad (1.30)$
 <p>Рис. 9</p>	$\varphi = (n-1)g$ $\Delta x = \frac{a+b}{2a(n-1)g} \lambda \quad (1.31)$ $N = \frac{4ab(n-1)^2 g^2}{\lambda(a+b)} \quad (1.32)$

## 4.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Два когерентных источника, расстояние между которыми  $d = 0,2 \text{ мм}$ , расположены от экрана на расстоянии  $L = 1,5 \text{ м}$ . Найти длину световой волны, если третий интерференционный минимум расположен на расстоянии  $x = 12,6 \text{ мм}$  от центра картины.

*Решение*

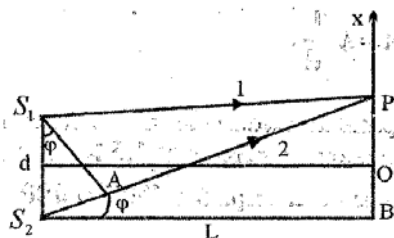


Рис. 4.1

По условию задачи:  $S_1S_2 = d$ ;  $S_2B = L$  ( $S_2B \perp OP$ ). Лучи 1 и 2 интерферируют в точке P, расположенной на непрозрачном экране. Введём ось  $Ox$  с началом в центре интерференционной картины. Показатель преломления среды  $n = 1$ . Когерентные источники  $S_1$  и  $S_2$  будем считать синфазными. Из условия задачи следует, что можно считать  $L \gg d, x$ . Используя данные задачи, запишем условие соответствующего интерференционного минимума. Для среды с  $n = 1$  оптическая разность хода лучей 1 и 2 совпадает с разностью геометрических длин  $\Delta = S_2P - S_1P$ .

Сделаем элементарные геометрические построения:  $S_1A \perp S_2P$ , тогда  $S_2A = d \sin \varphi$  ( $\varphi = \angle S_2S_1A$ ). Считая  $\varphi$  малым углом, полагаем  $AP \approx S_1P$ . Оптическая разность хода лучей 1 и 2 в точке P —  $\Delta \approx S_2A \approx d \cdot \varphi$ . Поскольку угол  $\varphi$  зависит от положения  $x$  точки P на экране, устанавливаем связь между  $\varphi$  и  $x$ :  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{PB}{S_2B}$  (из  $\Delta S_2BP$ ) или, т.к.  $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ ,

$\varphi = \frac{x + 0,5d}{L} \approx \frac{x}{L} \ (d \ll L)$ . Таким образом, окончательно имеем  $\Delta \approx \frac{dx}{L}$ . Приравняв это выражение к условию минимума:  $\Delta = (2m - 1)\frac{\lambda}{2}$ , рассчитаем длину волны  $\lambda$  для  $m = 3$ :

$$\lambda \approx \frac{2dx}{L(2m - 1)} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 12,6 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 5} = 6,72 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Данная задача относится к опыту Юнга, в рамках рассмотренного решения позволяет установить закономерность расположения минимумов (максимумов) на экране в виде полос (в случае щелей  $S_1$  и  $S_2$ ), расстояние между которыми, как следует из вышеизложенного,  $\Delta x = \lambda \cdot \frac{L}{d}$ .

**Задача 2.** Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной  $d = 0,4$  мкм (рис. 4.2). Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Какие длины волн  $\lambda$ , лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм) усиливаются в отражённом свете?

### *Решение*

Интенсивность отражённого света с определённым значением  $\lambda$  будет увеличиваться в случае, если луч 1', отражённый от верхней поверхности пластинки, и луч 2', отразившийся от нижней поверхности, будут находиться в одной фазе, т.е. оптическая разность хода лучей будет соответствовать условию интерференционного максимума.

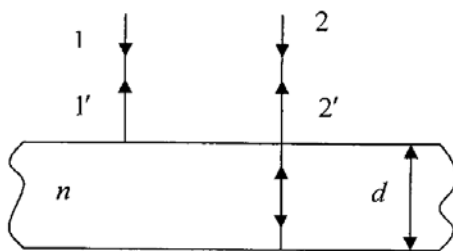


Рис. 4.2

Эффективная оптическая длина луча  $1'$   $L_1 = \frac{\lambda}{2}$  из-за потери полуволны при отражении от оптически более плотной среды. Для луча  $2'$  соответствующая величина  $L_2 = 2dn$ . Рассчитываем оптическую разность хода двух лучей:

$$\Delta = L_2 - L_1 = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Используя условие максимума интерференции ( $\Delta = m\lambda$ ), получаем выражение для определения  $\lambda$ :

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

откуда

$$\lambda = \frac{4dn}{2m+1} = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5}{2m+1} = \frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{2m+1} \text{ м.}$$

По условию задачи  $4 \cdot 10^{-7} \text{ м} < \lambda < 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Выбираем  $m = 2$ , т.к. при  $m = 1$  и  $m = 3$  значение  $\lambda$  выходит за пределы диапазона. Окончательно,

$$\lambda = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 480 \text{ нм}.$$

**Задача 3.** На мыльную плёнку падает белый свет под углом  $i = 45^\circ$ . При какой наименьшей толщине  $d$  плёнки отражённые лучи будут окрашены в жёлтый цвет ( $\lambda = 600 \text{ нм}$ )? Показатель преломления мыльной воды  $n = 1,33$ .



### Решение

Задача данного типа относится к задачам по интерференции «полосы равного наклона», т.е. под определёнными углами будут наблюдаться интерференционные максимумы и минимумы. Ход лучей изображён на рис. 5, а в табл. 4.1. Луч  $2'$  проходит, преломляясь, плёнку и, отражаясь от нижней грани, на выходе из плёнки интерферирует с лучом  $1'$ . Разность хода лучей из (1.11)

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

наименьшая толщина плёнки  $d$  соответствует интерференционному максимуму  $\Delta = \lambda$ ,  $m = 1$ , отсюда находим:

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \approx 1,33 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

**Задача 4.** Пучок света ( $\lambda = 5,82 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина  $\alpha = 20''$ . Какое число  $k$  тёмных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

### Решение

Как и в предыдущей задаче, луч  $1'$ , отразившийся от верхней поверхности, интерферирует с лучом  $2'$ , прошедшим толщину клина, отразившимся от нижней поверхности и вышедшим из клина (см. табл. 4.1, рис. 6, а). Луч  $1'$ , уже отразившийся, и луч  $2'$ , вышедший из клина, накладываются друг на друга. Поверхность клина служит в качестве экрана, на котором видны интерференционные полосы. При этом для выяснения физического смысла задачи можно считать, что нижняя грань параллельна верхней, т.к. угол клина пренебрежимо мал, да и в любом случае луч  $2'$  будет интерферировать на верх-

ней поверхности пластинки с любым лучом  $1'$ , упавшим и отразившимся именно в месте выхода луча  $2'$ . Точное, детальное геометрическое построение сильно усложнит решение задачи. Задача сводится к предыдущей с той лишь разницей, что толщина пластинки возрастает с удалением от вершины клина, что и надо учесть. Вводим ось  $Ox$  с началом в вершине клина. Толщина клина  $d(x) = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$  – линейная функция координаты  $x$ . Оптическая разность хода лучей  $1'$  и  $2'$  зависит от удалённости от вершины клина и равна

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Условие интерференционного минимума:

$$\Delta = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, \dots$$

Координата  $x_m$  интерференционного минимума определяется из выражения

$$2nx_m \operatorname{tg} \alpha - \frac{\lambda}{2} = (2m - 1) \frac{\lambda}{2},$$

или

$$x_m = \frac{m\lambda}{2n \operatorname{tg} \alpha}.$$

Ширина интерференционной полосы  $\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda}{2n \operatorname{tg} \alpha}$ . На вершине клина наблюдается интерференционный минимум, поскольку один из лучей имеет разность фаз  $\pi$  относительно другого. На вопрос задачи получаем ответ: на 1 м укладывается  $k = \frac{2n \operatorname{tg} \alpha}{\lambda}$  полос. Для расчёта воспользуемся малостью  $\alpha$  ( $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ ,  $\alpha$  измеряется в радианах):

$$\begin{aligned} \alpha = 20'' &= \frac{20^\circ}{3600} = \frac{20\pi}{3600 \cdot 180} \text{ рад} = \frac{\pi}{3600 \cdot 9} \text{ рад} = \\ &= \frac{\pi}{3,24} \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 0,97 \cdot 10^{-4} \text{ рад}. \end{aligned}$$

Тогда

$$k = \frac{2ntg\alpha}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 0,97 \cdot 10^{-4}}{5,82 \cdot 10^{-7}} \text{ м}^{-1} \approx 500 \text{ м}^{-1}.$$

**Задача 5.** При наблюдении колец Ньютона в отражённом свете радиусы двух соседних тёмных колец равны  $r_m = 4,0 \text{ мм}$ ,  $r_{m+1} = 4,38 \text{ мм}$ . Радиус кривизны линзы  $R = 6,4 \text{ м}$ . Найти порядковые номера колец и длину волны  $\lambda$  падающего света.

### *Решение*

Линза с большим радиусом кривизны лежит на стеклянной пластинке (см. табл. 4.1, рис. 7, а). Свет падает сверху, проходит линзу, частично отражаясь от выпуклой поверхности линзы, частично, пройдя зазор между линзой и стеклянной пластинкой, от стеклянной пластинки. Локализация полос равной толщины в виде интерференционных колец происходит на выпуклой поверхности плосковыпуклой линзы (внутри неё). Построим ход интерферирующих лучей 1' и 2', пренебрегая наклоном линзы относительно стеклянной пластинки. Задача, таким образом, сводится к уже разобранному. Происходит интерференция луча 1', отражённого от границы «стеклянная линза – воздух», и луча 2', прошедшего дважды воздушный зазор между линзой и стеклянной пластинкой. Эффективная оптическая длина  $L_1 = 0$  (отражение луча 1' на границе с оптически менее плотной средой), а  $L_2 = 2dn_b \pm \frac{\lambda}{2}$ , где  $\lambda$  – длина волны света;  $d = AB$  – ширина воздушного промежутка;  $n_b = 1$  – показатель преломления среды между линзой и стеклянной пластинкой (в данной задаче – воздух). Условие интерференционного минимума

$\Delta = (2m \pm 1) \frac{\lambda}{2}$  позволяет установить ширину зазора:

$d = m \cdot \frac{\lambda}{2}$ . Из прямоугольного треугольника  $OBA$ :

$$R^2 = r_m^2 + (R - d)^2,$$

где  $r_m$  – радиус интерференционного кольца. При условии  $R \gg d$ :

$$2Rd \approx r_m^2,$$

а используя выражение для  $d = m \frac{\lambda}{2}$ , получаем:

$$r_{m+1}^2 = \sqrt{m\lambda R}.$$

Для радиусов двух соседних тёмных колец имеем два уравнения:

$$1) r_m^2 = m\lambda R;$$

$$2) r_{m+1}^2 = (m+1)\lambda R,$$

из них получим:

$$r_{m+1}^2 - r_m^2 = \lambda R.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{r_{m+1}^2 - r_m^2}{R} = \frac{(4,38 - 4) \cdot (4,38 + 4) \cdot 10^{-6}}{6,4} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$m = \frac{r_m^2}{\lambda R} = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 6,4} = 5.$$

Подумать и ответить на вопрос: почему в месте соприкосновения линзы и стеклянной пластинки всегда будет тёмное пятно?

**Задача 6.** Определить показатель преломления жидкости, залитой между линзой и пластинкой, в установке для наблюдения «колец Ньютона» (см. табл. 4.1, рис. 7, а).

Радиус линзы  $R = 0,5 \text{ м}$ . Радиус третьего тёмного кольца  $r_{3T} = 0,8 \text{ мм}$ . Свет падает нормально. Наблюдение ведётся в отражённом свете ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ).

### Решение

Показатели преломления жидкости и стекла –  $n_{\text{ж}}$  и  $n_{\text{ст}}$  соответственно ( $n_{\text{ж}} < n_{\text{ст}}$ ). В этом случае оптическая разность хода между лучами 1' и 2' для тёмного кольца определится как

$$\Delta = 2n_{\text{ж}}d + \frac{\lambda}{2},$$

а с другой стороны  $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ .

Приравнивая эти соотношения с учётом, что  $m = 3$ , получим:

$$2n_{\text{ж}}d + \frac{\lambda}{2} = (6+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2n_{\text{ж}}d = 3\lambda.$$

Используя (1.39) и подставляя  $2d = \frac{r_{3\text{T}}^2}{R}$ , будем иметь:

$$n_{\text{ж}} = \frac{3\lambda R}{r_{3\text{T}}^2} = \frac{3 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5}{(0,8 \cdot 10^{-3})^2} = 1,41.$$

**Задача 7.** На прозрачную плоскопараллельную пластинку ( $n = 1,5$ ) под углом  $i = 15^\circ$  падает синий свет  $\lambda = 540$  нм (рис. 4.3). Радиус когерентности в падающей волне  $\rho = 0,05$  мм. При какой толщине пластинки выполняются условия временной и пространственной когерентности для лучей, отражённых от её поверхности?

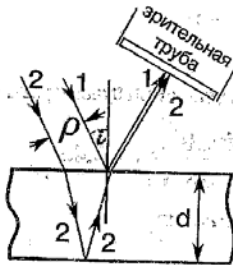


Рис. 4.3

### Решение

1. Для выполнения условия временной когерентности необходимо, чтобы оптическая разность хода между лучами 1 и 2  $\Delta$  была меньше длины когерентности (4.11):

$$\Delta < l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Оптическая разность хода  $\Delta$  для лучей 1 и 2 определяется соотношением (1.11) табл. 4.1:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}.$$

Приравнявая, получим:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} < \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda},$$

отсюда

$$d < \frac{\lambda \left( \frac{\lambda}{\Delta\lambda} + \frac{1}{2} \right)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

Пренебрегая  $\frac{1}{2}$  по сравнению с  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  и принимая

$\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = 1$ , будем иметь:

$$d < \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}.$$

Разрешающая способность глаза  $\Delta\lambda \approx 20 \text{ \AA}$ . С учётом этого получим:

$$d < \frac{540 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-10}} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,075 \text{ мм}.$$

2. Условие пространственной когерентности выполняется, если расстояние между лучами  $\rho$  меньше радиуса когерентности  $\rho_{\text{ког}}$  :

$$\rho < \rho_{\text{ког}} .$$

Из рис. 4.3 видно, что расстояние  $\rho$  между падающими лучами равно

$$\rho = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \cos i = \frac{d \cdot \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{d \cdot \sin 30^\circ}{\sqrt{1,5^2 - \sin^2 15^\circ}} = 0,4d .$$

С учётом условия пространственной когерентности:

$$d < \frac{\rho_{\text{ког}}}{0,4} \approx 0,1 \text{ мм} .$$

Для выполнения обоих условий временной и пространственной когерентности

$$d < 0,075 \text{ мм} .$$

## 5. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### 5.1. Основные понятия и соотношения

*Дифракцией* называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (например, при прохождении света через отверстие в экране). Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Качественно оба эти эффекта могут быть объяснены на основе *принципа Гюйгенса*. Согласно этому принципу, каждая точка, до которой доходит световая волна в момент времени  $t_1$ , становится в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая в произвольный момент времени  $t_2 = t + \Delta t$  эти вторичные волны, опреде-

ляет фронт распространяющейся волны в данный момент времени. Для примера на рис. 1 табл. 5.1 показано применение этого принципа к случаю падения плоской световой волны на экран  $\mathcal{E}_1$  с отверстием. Из рисунка следует, что в момент времени  $t_2$  световая волна попала в область геометрической тени.

Количественно дифракция может быть описана с помощью принципа *Гюйгенса – Френеля*. Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн и ввёл для них количественные характеристики. Учёт амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства.

Различают два вида дифракции: дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера) и дифракция в расходящихся лучах (дифракция Френеля). В первом случае волновая поверхность – плоскость, во втором – сфера.

**Дифракция Френеля. Зоны Френеля.** Пусть сферическая волна, распространяющаяся в изотропной однородной среде, из точечного источника  $S$  падает на преграду – непрозрачный экран  $\mathcal{E}_1$  с вырезанным в нём круглым отверстием радиусом  $r_0$ . Расположим экран  $\mathcal{E}_1$  так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света  $S$  на экран  $\mathcal{E}_2$ , попал в центр отверстия (см. рис. 2, а табл. 5.1). При радиусе отверстия  $r_0$  значительно меньшем, чем указанные на рис. 2, а данные  $a$  и  $b$ , длину  $a$  можно считать равной расстоянию от источника  $S$  до  $\mathcal{E}_1$ , а длину  $b$  – расстоянию от  $\mathcal{E}_1$  до точки  $P$  на экране  $\mathcal{E}_2$ .

Определим амплитуду результирующего колебания в точке  $P$ . Для этого разобьём волновую поверхность, попадающую в отверстие, на кольцевые зоны (зоны Френеля), построенные так, что расстояния от краёв каждой зоны до точки  $P$  отличаются на  $\frac{\lambda}{2}$  (см.рис. 2, а, табл. 5.1).



В этом случае колебания, приходящие в точку  $P$  от аналогичных точек двух соседних зон (т.е. от точек, лежащих в середине зон или у внешних краёв зон и т.д.), находятся в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на  $\pi$ .

Амплитуда колебаний, возбуждаемых каждой из зон, определяется площадью зон, расстоянием до зоны и углом, под которым видна зона из точки  $P$ . Можно показать, что амплитуды образуют монотонную последовательность

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots$$

С учётом противофазности колебаний двух соседних зон результирующая амплитуда колебаний  $A$  в точке  $P$  будет равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots A_m. \quad (5.1)$$

Перед  $A_m$  берётся знак «+», если  $m$  – число зон Френеля, уместающихся в отверстии, нечетное, и «–», если  $m$  – чётное. Число  $m$  определяется соотношением

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (5.2)$$

Амплитуды двух соседних зон практически одинаковы. С учётом этого (5.1) можно привести к виду

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (5.3)$$

где знак «+» берётся для нечётных  $m$  и «–» – для чётных.

Для малых  $m$  амплитуда  $A_m$  мало отличается от  $A_1$ . Следовательно, при нечётных  $m$  амплитуда в точке  $P$  будет приближённо равна  $A_1$ , при чётных  $m$  – нулю. Этот результат иллюстрируется на рис. 2, б в табл. 5.1 соответственно.

Если убрать преграду, амплитуда в точке  $P$  станет равной  $\frac{A_1}{2}$ . Это следует из (5.3), поскольку при больших

$m A_m \approx 0$ .

**Дифракция Фраунгофера от щели.** Пусть на экран  $\mathcal{E}_1$  с бесконечно длинной щелью шириной  $b$  падает плоская световая волна. Поместим за щелью собирающую линзу, а в фокальной плоскости линзы – экран  $\mathcal{E}_2$ . Волновая поверхность падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу (см. рис. 3 табл. 5.1). Рассмотрим качественно картину дифракции в плоскости, перпендикулярной к щели.

В соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля каждая точка щели является источником когерентных вторичных волн, колеблющихся в одной фазе, т.к. плоскость щели совпадает с фронтом падающей волны. Сведённые линзой в точку  $O$  при падении под углом  $\varphi = 0$  (штрихпунктирные прямые на рис. 3 табл. 5.1), они будут взаимно усиливать друг друга, формируя центральный максимум света наибольшей интенсивности.

Если пучок света представляет собой смесь лучей с различными длинами волн, то все эти лучи соберутся в точке  $O$ .

Чтобы определить результат дифракции в произвольном направлении  $\varphi$ , разобьём щель  $BC$  на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру  $b$  щели (на рис. 3 табл. 5.1 таких зон две). Ширина зоны равна  $\frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$ , так что оптическая разность хода лучей, проведённых из краёв зоны параллельно  $BA$ , равна  $\frac{\lambda}{2}$ . Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна

нулю, т.к. эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами, результат интерференции определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон чётное, т.е.

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3...), \quad (5.4)$$

то наблюдается дифракционный *минимум*. Знак минус в правой части формулы (5.4) соответствует лучам света, распространяющимся от щели под углом  $\varphi$  (точка  $P$  на рис. 3).

Если число зон нечётное, т.е.

$$b \cdot \sin \varphi = \pm \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (k = 1, 2, 3...), \quad (5.5)$$

то наблюдается дифракционный *максимум*, соответствующий действию одной зоны Френеля. Более точный расчёт даёт:

$$A_{\varphi} = A_0 \left| \frac{\sin \left( \pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda} \right)}{\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda}} \right|, \quad (5.6)$$

где  $A_0$  – амплитуда колебаний при  $\varphi = 0$ ;  $A_{\varphi}$  – амплитуда колебаний, соответствующих произвольному углу дифракции  $\varphi$ .

Из (5.6) следует то же самое условие минимума, что и задаваемое формулой (5.4). Точное условие дифракционных максимумов несколько отличается от (5.5). Оно определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \left( \pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda} \right) = \pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda}. \quad (5.7)$$

График функций интенсивности  $I_{\varphi}$  ( $I_{\varphi} \sim A_{\varphi}^2$ ) изображён на рис. 4 табл. 5.1 ( $I_{\varphi}$  – интенсивность в точке, положение которой определяется данным значением  $\varphi$ ).

**Дифракционная решётка.** Дифракционной решёткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей (см. рис. 5, табл. 5.1). Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называется периодом, или постоянной дифракционной решётки.

Расположим параллельно решётке собирающую линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран  $\mathcal{E}_1$ . Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при нормальном падении на решётку плоской световой волны, полагая, что радиус когерентности падающей волны намного превышает длину решётки. В этом случае колебания от всех щелей можно считать *когерентными* относительно друг друга. Тогда результирующее колебание в некоторой точке  $P$  (см. рис. 5 табл. 5.1), положение которой на экране  $\mathcal{E}_2$  определяется углом дифракции  $\varphi$ , представляет собой сумму  $N$  колебаний ( $N$  – число щелей в решётке) с одинаковой амплитудой, сдвинутых относительно друг друга на одну и ту же величину  $\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ , где  $\Delta$  – оптическая разность

хода лучей от соседних щелей. Как видно из рис. 5 табл. 5.1,  $\Delta = d \sin \varphi$ . Следовательно, разность фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi. \quad (5.8)$$

Для направлений, в которых

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3...), \quad (5.9)$$

колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, вследствие чего амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна  $A_{\max} = NA_\varphi$ , где  $A_\varphi$  – амплитуда колебания, посылаемого одной щелью под углом  $\varphi$ .

Условие (5.9) определяет положение *максимумов интенсивности*, называемых главными. Число  $m$  даёт порядок главного максимума. Максимум нулевого порядка только один. Максимумов 1-го, 2-го и т.д. порядков – два.

*Минимумы* интенсивности будут возникать, во-первых, в тех направлениях, в которых интенсивность, создаваемая каждой из щелей в отдельности, равна 0, т.е. там, где

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (5.10)$$

во-вторых, в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Можно показать, что эти направления определяются условием

$$d \cdot \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda \quad (k' = 1, 2, 3, \dots, N-1, N+1, \dots), \quad (5.11)$$

где  $k' \neq 0, N, 2N, \dots$ , так как при этих значениях условие (5.11) переходит в (5.9). Эти *добавочные минимумы* возникают в промежутках между соседними главными максимумами. Всего возникает  $(N-1)$  добавочных минимумов.

При наклонном падении света на дифракционную решётку разность хода двух сходственных лучей  $\Delta = d(\sin \varphi - \sin i)$  (см. рис. 7 табл. 5.1), где  $i$  – угол падения света на поверхность решётки. Обычно удобнее характеризовать направления падающего на решётку и дифрагировавшего на ней света посредством углов  $\alpha_0$  и  $\alpha$ , которые составляют эти направления с осью  $Ox$ , проведённой в плоскости решётки перпендикулярно щелям. Тогда условие *максимумов* имеет вид

$$d(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m \lambda, \quad (5.12)$$

где  $m = 0, 1, 2$  – порядок главного максимума.

Основными характеристиками дифракционной решётки как спектрального прибора являются его *диспер-*

сия и разрешающая сила. Различают угловую и линейную дисперсии. *Угловой дисперсией* называется величина, которая определяет угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на  $1 \text{ \AA}$ ):

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos\varphi}, \quad (5.13)$$

где  $\delta\varphi$  – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на  $\delta\lambda$ ;  $m$  – порядок спектра.

В пределах небольших углов, там, где  $\cos\varphi \approx 1$ , можно положить

$$D \approx \frac{m}{d}. \quad (5.14)$$

*Линейной дисперсией* называется величина, которая определяет линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу:

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda}, \quad (5.15)$$

где  $\delta l$  – линейное расстояние на экране между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на  $\delta\lambda$ .

$$D_{\text{лин}} = f', \quad (5.16)$$

где  $f'$  – фокусное расстояние линзы, собирающей дифрагирующие лучи на экране. В пределах небольших углов

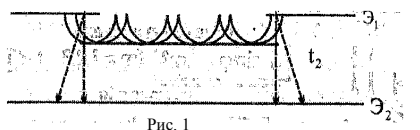
$$D_{\text{лин}} = f' \frac{m}{d}. \quad (5.17)$$

*Разрешающей силой* называют безразмерную величину

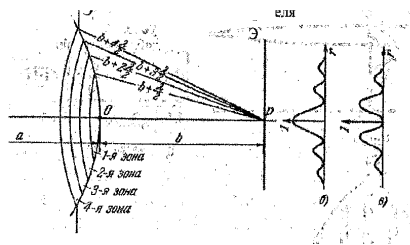
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (5.18)$$

Таблица 5.1

Дифракция света



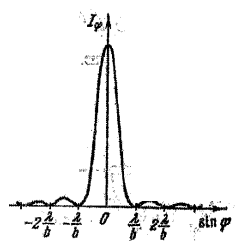
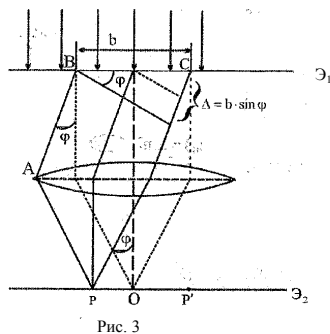
Метод зон Френеля



$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (1.1)$$

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} \quad (1.2)$$

Дифракция на щели



Условие min:  $b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (1.3)$

## Дифракция света

## Дифракционная решётка

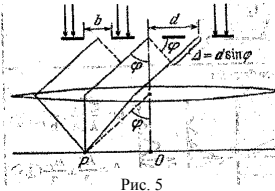


Рис. 5

Условие главных max:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (1.4)$$

Условие min:

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (1.5)$$

Условие добавочных min:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm \frac{k}{N} \lambda \quad (1.6)$$

$$k' = 1, 2 \dots N - 1, N + 1$$

$$k' \neq 0, N, 2N \dots$$

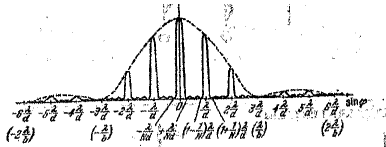


Рис. 6

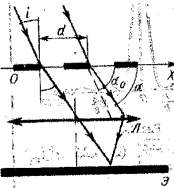


Рис. 7

$$d (\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m \lambda \quad (1.7)$$

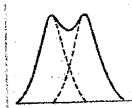


Рис. 8

$$D = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \approx \frac{m}{d} \quad (1.8) \quad D_{\min} = f' D = f' \frac{m}{d} \quad (1.9)$$

$$R = \frac{\lambda}{\partial \lambda} = mN \quad (1.10)$$



где  $\delta\lambda$  – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются отдельно. По критерию Релея две спектральные линии воспринимаются отдельно, если середина одного максимума совпадает с краем другого (см. рис. 8 табл. 5.1). Можно показать, что для дифракционной решётки

$$R = mN . \quad (5.19)$$

## 5.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** На круглое отверстие радиусом 1 мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться тёмное пятно.

### *Решение*

Расстояние, при котором будет видно тёмное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон чётное, то в центре дифракционной картины будет тёмное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее чётное число зон равно 2. Следовательно, максимальное расстояние, при котором ещё будет наблюдаться тёмное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должно поместиться две зоны Френеля. Согласно рис. 5.1, расстояние от центра экрана  $O$  до края отверстия на  $2\frac{\lambda}{2}$  больше, чем расстояние от центра экрана до центра отверстия  $OO_1 = R_0$ .

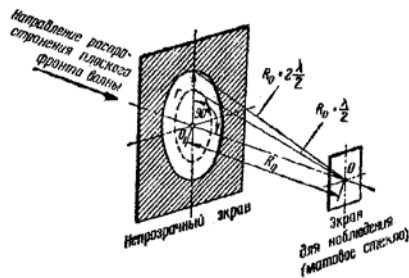


Рис. 5.1

По теореме Пифагора

$$r_0^2 = \left( R_0 + 2\frac{\lambda}{2} \right)^2 - R_0^2 = 2R_0\lambda + \lambda^2.$$

Если учесть, что  $\lambda \ll R_0$  и что членом, содержащим  $\lambda^2$ , можно пренебречь, то это равенство можно переписать в виде

$$r^2 = 2R_0\lambda,$$

откуда

$$R_0 = \frac{r^2}{2\lambda} = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ м}.$$

**Задача 2.** На щель шириной  $b = 2$  мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света,  $\lambda = 589$  нм. Под какими углами  $\varphi$  будут наблюдаться дифракционные минимумы света?

*Решение*

Дифракционные минимумы будут наблюдаться, когда число зон Френеля укладывающихся в щели, чётное (см. табл. 1.1, рис. 4).

Условие дифракционных минимумов:

$$b \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad \sin \varphi = \frac{k\lambda}{b}.$$

Поскольку  $\sin \varphi \leq 1$ ,  $k \leq \frac{b}{\lambda} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{5,89 \cdot 10^{-7}} \approx 3,4$ , то  $k$  при-

нимает значения  $k = 1, 2, 3$ .

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b} = 0,2945, \quad \varphi_1 = 17^\circ 8';$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{2\lambda}{b}, \quad \varphi_2 = 36^\circ 5';$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{3\lambda}{b}, \quad \varphi_3 = 62^\circ.$$

**Задача 3.** На щель шириной  $0,1$  мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника  $\lambda = 0,6$  мкм. Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине, проектируемой при помощи линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстояние  $L = 1$  м.

### Решение

Центральный максимум занимает область между ближайшим правым и левым минимумами, поэтому ширину центрального максимума примем равной расстоянию между этими двумя минимумами (рис. 5.2).

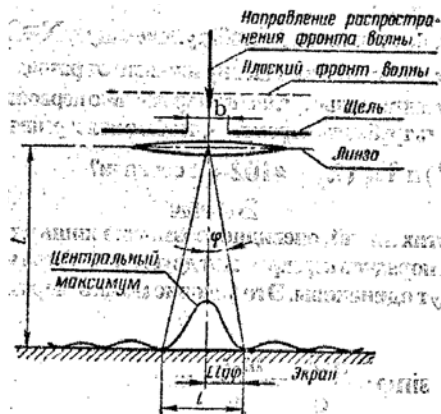


Рис. 5.2

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами  $\varphi$ , определяемыми условием

$$b \cdot \sin \varphi = k \lambda, \quad (5.20)$$

(в нашем случае  $k = 1$ ).

Расстояние между двумя минимумами на экране можно определить непосредственно из рисунка:

$$l = 2L \operatorname{tg} \varphi.$$

Заметив, что при малых углах  $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$ , перепишем эту формулу в виде

$$l = 2L \sin \varphi. \quad (5.21)$$

Выразим  $\sin \varphi$  из формулы (5.20) и подставим его в (5.21):

$$l = 2L \frac{m \lambda}{b}, \quad (5.22)$$

$$l = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} = 0,012 \text{ м}.$$

**Задача 4.** На плоскую дифракционную решётку, имеющую  $N = 200$  штрихов на  $l = 1$  мм, нормально к её плоскости падает пучок света от разрядной водородной трубки. Под каким минимальным углом к направлению первоначального пучка лучей нужно поставить трубку спектрометра, чтобы в поле зрения линии водорода  $H_{\alpha} \left( \lambda_1 = 6563 \text{ Å} \right)$  и  $H_{\delta} \left( \lambda_2 = 4102 \text{ Å} \right)$  совпали?

*Решение*

Совпадение этих линий, очевидно, возможно лишь в том случае, если спектры различных порядков перекрывают друг друга. Тогда углы отклонения для этих лучей будут одинаковы. Это условие можно выразить следующим образом:

$$\sin \varphi = \frac{m_1 \lambda_1}{d} = \frac{m_2 \lambda_2}{d}$$

или

$$m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2, \quad (5.23)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – порядки тех двух спектров, для которых линии  $H_\alpha$  и  $H_\delta$  совпадают. Из (5.23) следует, что

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{6563}{4102} = 1,6 = \frac{8}{5}.$$

Следовательно,  $m_2 = 8, m_1 = 5$ .

$$l = Nd \Rightarrow d = \frac{l}{N} = \frac{10^{-3}}{200} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Тогда

$$\sin \varphi = \frac{m_1 \lambda_1}{d} = \frac{5 \cdot 6563 \cdot 10^{-10}}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,6563 \Rightarrow \varphi = 41^\circ.$$

**Задача 5.** На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает монохроматический свет. Период решётки  $d = 2 \text{ мкм}$ . Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который даёт эта решётка в случае красного ( $\lambda_1 = 0,7 \text{ мкм}$ ) и фиолетового ( $\lambda_2 = 0,41 \text{ мкм}$ ) света.

### Решение

Найдём порядок дифракционного минимума из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решётки

$$m = \frac{d \cdot \sin \varphi}{\lambda},$$

где  $\varphi$  – угол дифракции.

Поскольку  $\sin \varphi$  не может быть больше 1, то число  $m$  не может быть больше  $\frac{d}{\lambda}$ , т.е.

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (5.24)$$

Подставив числовые значения, получим:

$$m \leq \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,7 \cdot 10^{-6}} = 2,86 \text{ (для красного света);}$$

$$m \leq \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,41 \cdot 10^{-6}} = 4,88 \text{ (для фиолетового света).}$$

Однако порядок максимумов является целым числом. С учётом этого  $m_{\max} = 2$  для красного света,  $m_{\max} = 4$  для фиолетового света.

**Задача 6.** Чему равна постоянная дифракционной решётки, если эта решётка может разрешить в первом порядке линии спектра калия:  $\lambda_1 = 4044 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 4047 \text{ \AA}$ ? Ширина решётки  $L = 3 \text{ см}$ .

*Решение*

Для решётки разрешающая способность

$$R = mN, \quad (5.25)$$

где 
$$m = 1; N = \frac{L}{d}; R = \frac{\lambda}{d\lambda}; \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}. \quad (5.26)$$

Подставив соотношения (5.26) в (5.25), получим:

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = m \frac{L}{d},$$

откуда

$$d = \frac{2mL(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{-2} (4047 - 4044) \cdot 10^{-10}}{(4047 + 4044) \cdot 10^{-10}} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

**Задача 7.** Для какой длины волны  $\lambda$  дифракционная решётка имеет угловую дисперсию  $\frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$  в спектре третьего порядка? Постоянная решётки  $d = 5 \text{ мкм}$ .

## Решение

Условие главных максимумов дифракционной решётки  $d \cdot \sin \varphi = m\lambda$ , откуда, взяв дифференциал обеих частей, получим:

$$d \cdot \cos \varphi d\varphi = md\lambda, \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}, m = 3 \text{ по условию.}$$

Определим угол дифракции:

$$\cos \varphi = \frac{m}{d \left( \frac{d\varphi}{d\lambda} \right)} = \frac{3}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,3 \cdot 10^5} = \frac{10}{10,5} \approx 0,952,$$

а  $\sin \varphi \approx 0,305$ . Из основной формулы  $d \cdot \sin \varphi = m\lambda$  находим:

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{m} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,305}{3} \approx 0,508 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 508 \text{ нм}.$$

## 6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

### 6.1. Основные понятия и соотношения

Свет – поперечная электромагнитная волна, направление колебаний светового вектора  $\vec{E}$  перпендикулярно световому лучу. Представим  $\vec{E}$  в виде векторной суммы напряжённостей  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_y$ , являющихся гармоническими колебаниями одинаковой частоты вдоль взаимно-перпендикулярных осей (рис. 6.1).

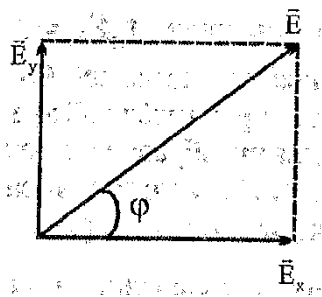


Рис. 6.1

Если разность фаз колебаний  $\delta = m\pi$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_y$ , волна линейно-поляризованная (плоскополяризованная). При  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$  и равенстве амплитуд волна циркулярно-поляризованная (поляризованная по кругу).

Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно-перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Разность фаз колебаний  $\vec{E}_x$  и  $\vec{E}_y$  претерпевает случайные хаотические изменения.

На границе раздела двух однородных диэлектриков происходит разложение света на две электромагнитные волны со взаимно-перпендикулярными направлениями светового вектора  $\vec{E}$ . При падении луча под углом Брюстера  $\theta_B$  (относительно нормали к границе раздела сред) отражённый свет оказывается полностью поляризованным, а колебания вектора  $\vec{E}$  в отражённом луче перпендикулярны плоскостям падения (рис. 6.2).

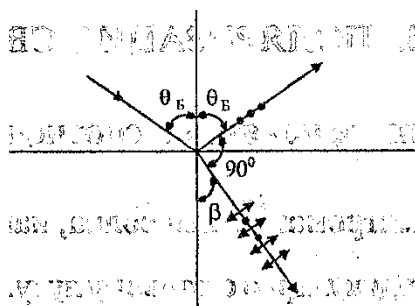


Рис. 6.2

Величина угла Брюстера определяется соотношением  $\operatorname{tg}\theta_B = n_{21}$ , где  $n_{21}$  — показатель преломления второй среды относительно первой. Отражённый и преломлён-



ный лучи взаимно-перпендикулярны, преломлённый луч частично поляризован.

Устройства, служащие для преобразования естественного или частично поляризованного света в линейно-поляризованный, называются *поляризаторами*. Их действие основано на преимущественном пропускании колебаний вектора  $\vec{E}$  одного направления (в плоскости поляризатора), а колебания, перпендикулярные этому выделенному направлению, частично или полностью задерживаются.

При пропускании естественного света через поляризатор остаётся только компонента  $A_{\parallel}$  вектора  $\vec{E}$ , параллельная плоскости поляризатора и равная по величине  $A_{\parallel} = A \cdot \cos \alpha$  (рис. 6.3).

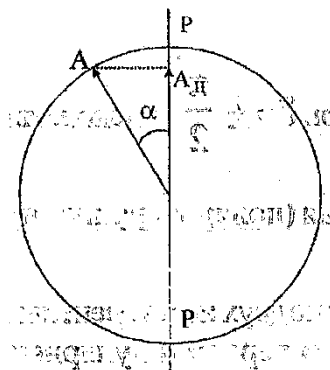


Рис. 6.3

Интенсивность света, прошедшего поляризатор (в случае отсутствия поглощения света),  $I_{\parallel} = I_0/2$ , где  $I_{\parallel}$  – интенсивность света после прохождения через поляризатор;  $I_0$  – интенсивность естественного света. Интенсивность проходящего через поляризатор естественного света не меняется при вращении поляризатора вокруг направления луча. Если на пути прошедшего через поляри-

затор луча поставить ещё один такой же поляризатор, который служит для анализа степени  $\rho$  поляризации света и называется анализатором, то интенсивность  $I_a$  света, прошедшего через анализатор, прямо пропорциональна  $I_n$  и зависит от угла  $\alpha$  между плоскостями поляризации анализатора (а–а) и поляризатора (р–р) (рис.6.4).

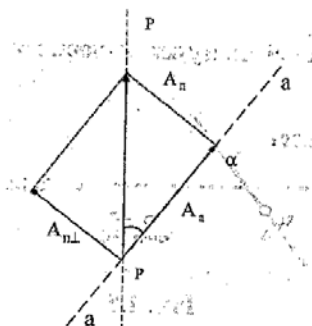


Рис. 6.4

$A_n$  – амплитуда электрического вектора линейно-поляризованного луча, прошедшего через поляризатор, который на входе в анализатор разложится на два луча, поляризованные в плоскости поляризатора-анализатора  $A_a$  и в перпендикулярной к ней плоскости  $A_{n\perp}$ . Вторым луч ( $A_{n\perp}$ ) полностью (в идеальном анализаторе) поглотится. Амплитуда  $A_a$  для света, прошедшего анализатор, будет численно равна  $A_a = A_n \cdot \cos \alpha$ , а его интенсивность  $I_a \sim A_a^2$  численно равна  $I_a = I_n \cdot \cos^2 \alpha$ , что выражает закон Малюса.

Степень поляризации определяется формулой

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Для плоскополяризованного света  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ ; для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$ ,  $P = 0$ .

В кристаллах, обладающих анизотропными свойствами, наблюдается явление *двойного лучепреломления* – расщепления луча света при прохождении через кристалл на *обыкновенный o* (от английского ordinary) и *необыкновенный e* (от английского exclusive). Анизотропия кристалла проявляется в том, что в нём существует некоторое выделенное направление – *оптическая ось*, а скорость распространения светового луча зависит от его направления, если световой вектор  $\vec{E}$  совершает колебания в *главной плоскости* – плоскости, в которой распространяется луч и находится оптическая ось (рис. 6.5).

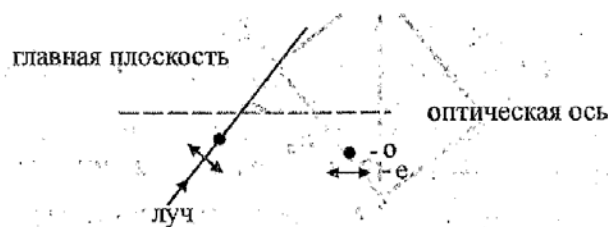


Рис. 6.5

У обыкновенного луча (*o*) вектор  $\vec{E}_o$  совершает колебания в плоскости, перпендикулярной оптической оси, а у необыкновенного (*e*) луча колебания  $\vec{E}_e$  происходят в главной плоскости, т.е. он имеет проекцию  $E_l$  на главную оптическую ось, не равную нулю. Представим световой вектор  $\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}_e$  в виде суммы векторов по двум взаимно-перпендикулярным направлениям, тогда скорости распространения в кристалле обыкновенного и необыкновенного лучей будут различаться.

Ограничимся рассмотрением *одноосного кристалла*. Скорость распространения света в прозрачной среде связана с показателем преломления. Различают два типа кристаллов: положительный ( $n_e > n_o, v_e < v_o$ ) и отрицательный ( $n_e < n_o, v_e > v_o$ ). В главной плоскости построим

волновую поверхность обыкновенного и необыкновенного лучей, распространяющихся от точечного источника света в момент времени  $t = 1\text{ с}$  (рис. 6.6).

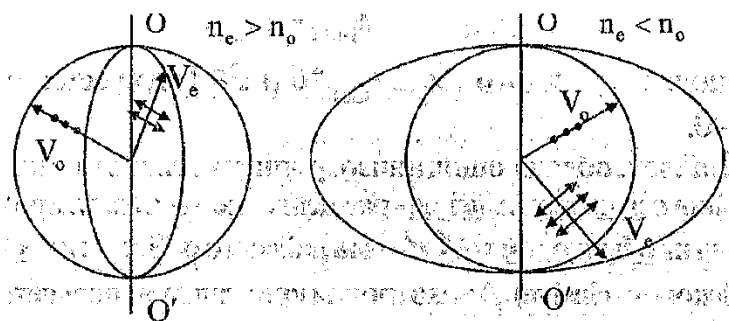


Рис. 6.6

Вдоль оптической оси скорости обоих лучей одинаковы. Наибольшее расхождение наблюдается в направлении, перпендикулярном оптической оси  $OO'$ .

Рассмотрим преломление плоской волны на границе анизотропной среды в случае *положительного кристалла*. Пусть световая волна падает нормально к преломляющей грани кристалла, а оптическая ось  $OO'$  составляет с ней некоторый угол (рис. 6.7).

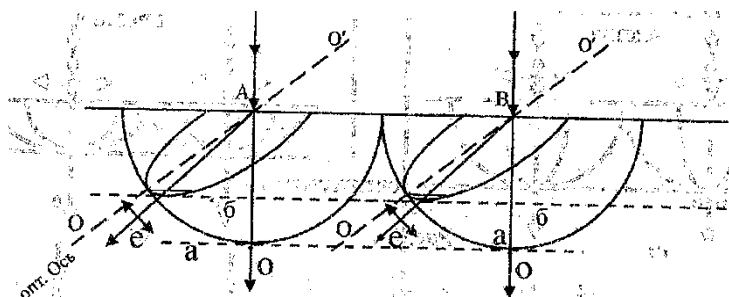


Рис. 6.7

Построим волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центрами в точках  $A$  и  $B$ . Обыкновенному лучу соответствует сферическая поверхность, а необыкновенному — эллипсоидальная. Используя принцип Гюйгенса, построим волновой фронт обыкновенной волны  $a-a$  и необыкновенной  $b-b$ . Проведя к точкам касания прямые, получим направления распространения обыкновенного ( $o$ ) и необыкновенного ( $e$ ) лучей. Обыкновенный луч пойдёт вдоль первоначального направления, а необыкновенный отклонится от нормали к поверхности.

Рассмотрим характерные случаи двойного лучепреломления (рис. 6.8 – 6.10)

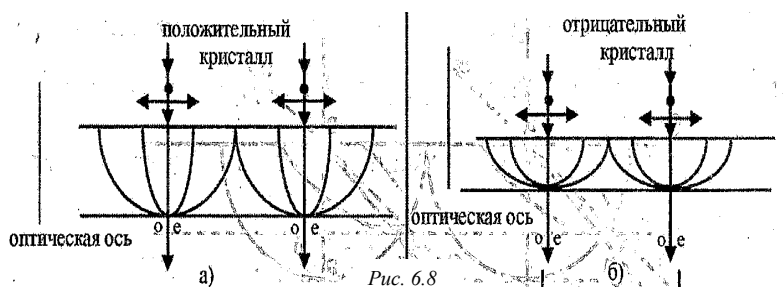


Рис. 6.8

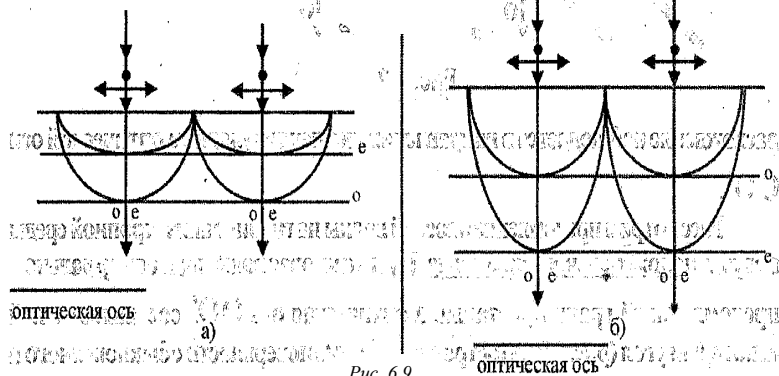


Рис. 6.9

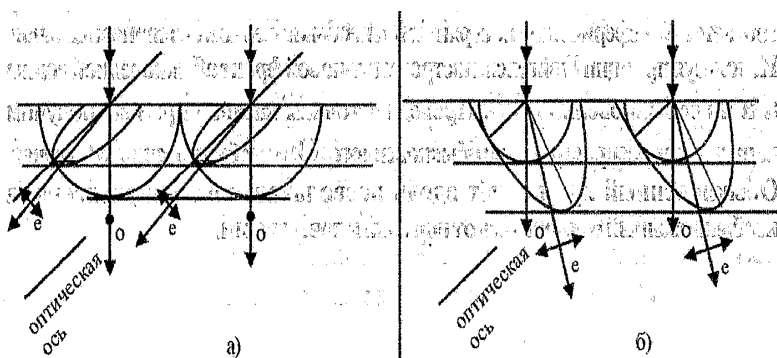


Рис. 6.10

При нормальном падении плоскополяризованного света в кристалле без пространственного разделения образуются два луча: в обыкновенном вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен оптической оси, а в необыкновенном – параллелен оптической оси (рис. 6.11).

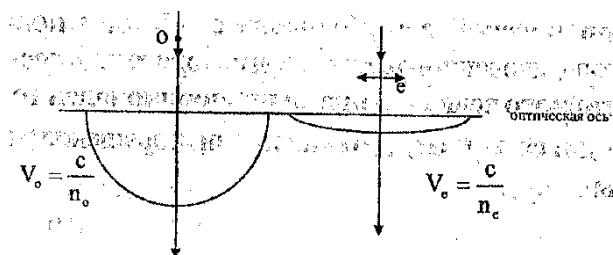


Рис. 6.11

Скорости обыкновенного и необыкновенного лучей различны. При выходе из пластины толщиной  $d$  лучи приобретают оптическую разность хода  $\Delta = d(n_e - n_o)$  для положительного кристалла и в результате суперпозиции образуют эллиптически поляризованную волну.

Плоскополяризованный свет можно получить, отклоняя один из лучей в сторону, что используется, например, в призме Николя («николь»), состоящей из двух призм исландского шпата, склеенных канадским бальзамом, по-

казатель преломления которого лежит между показателями обыкновенного  $n_e$  и необыкновенного  $n_o$  лучей ( $n_o > n_b > n_e$ ). Обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение от слоя балъзама и поглощается затем зачернённой поверхностью призмы (рис. 6.12).

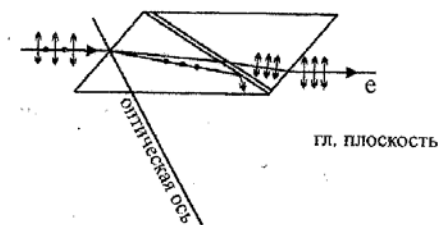


Рис. 6.12

Луч на выходе призмы линейно-поляризован в плоскости падения. В идеальном случае его интенсивность составляет 50% от интенсивности падающего естественного луча.

Некоторые вещества (кварц, слюда, растворы сахара) при пропускании света вдоль оптической оси обладают свойством поворота плоскости поляризации поляризованного света. Угол поворота поляризации для оптически активного вещества прямо пропорционален толщине слоя, через который проходит свет  $\varphi = \alpha l$ , где  $\alpha$  – *постоянная вращения* (зависит от вещества и длины волны света).

## 6.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Естественный луч света падает на поляризованную грань стеклянной пластины II, погружённой в жидкость I. Отражённый от пластины луч повернут на угол  $\varphi = 97^\circ$  по отношению к падающему лучу (рис. 6.13). Определить, каким показателем преломления обладает

жидкость, если отражённый луч максимально поляризован.

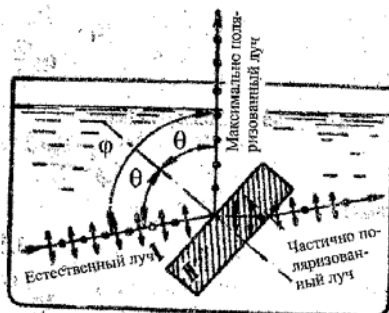


Рис. 6.13

### Решение

Для определения коэффициента преломления материала пластины относительно жидкости следует воспользоваться законом Брюстера. Согласно этому закону, луч света, отражённый от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{Б}} = n_{12},$$

где  $n_{12}$  — показатель преломления второй среды (стеклянной пластины) относительно первой (жидкости, показатель преломления которой неизвестен).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления, т.е.

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1},$$

что позволяет закон Брюстера переписать так:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1}.$$



Согласно условию задачи, отражённый луч повернут на угол  $\varphi$  относительно падающего луча, что соответствует углу падения  $\theta_b = \frac{\varphi}{2}$ , т.к. в соответствии с законом отражения угол падения равен углу отражения. Тогда

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

откуда найдём интересующий нас показатель преломления жидкости:

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}.$$

Подставляя числовые значения  $n_2 = 1,5$  (для стекла);  $\varphi = 97^\circ$ , получим:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = \frac{1,5}{1,33} = 1,33.$$

Такой жидкостью, судя по величине показателя преломления, может быть вода.

**Задача 2.** Угол поляризации при отражении света от поверхности некоторого вещества  $56^\circ 20'$  (рис. 6.14). Определить скорость распространения света в этом веществе. Вещество изотропно.

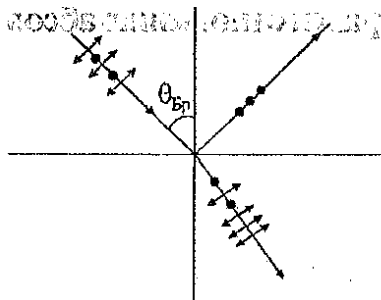


Рис. 6.14

### Решение

По закону Брюстера:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{Б}} = n, n = \operatorname{tg} 56^{\circ} 20' = 1,48;$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

**Задача 3.** Частично поляризованный свет пропускается через поляризатор. При повороте поляризатора на угол  $\alpha = 45^{\circ}$  по отношению к положению, соответствующему максимальной интенсивности выходящего пучка, интенсивность света уменьшается в 1,5 раза. Определить отношение интенсивности естественного и поляризованного света в падающем пучке.

### Решение

Интенсивность падающего пучка складывается из интенсивностей естественной  $I_0$  и поляризованной  $I_1$  частей. Когда поляризатор стоит в положении, соответствующем максимальной яркости выходящего пучка  $I_{\text{max}}$ , естественная часть ослабляется вдвое (т.к. естественный свет, проходя через поляризатор, становится не только поляризованным, но и теряет интенсивность вдвое), а поляризованная часть пропускается полностью:  $I_{\text{max}} = 0,5 I_0 + I_1$ . При повороте поляризатора на  $45^{\circ}$  интенсивность выходного пучка, связанная с естественным светом, не меняется, а интенсивность поляризованного изменится по закону Малюса, при этом интенсивность выходного пучка  $I = 0,5 I_0 + I_1 \cos^2 \alpha$ . По условию

$$I_{\text{max}} = 1,5 I,$$

следовательно,

$$0,5 I_0 + I_1 = 1,5 (0,5 I_0 + I_1 \cos^2 \alpha),$$

отсюда получим:

$$I_0 = I \text{ или } I_0 / I_1 = 1.$$

**Задача 4.** Частично поляризованный свет проходит через николю. При повороте николя на  $60^\circ$  от положения, соответствующего максимальной яркости, яркость пучка уменьшается в 2 раза. Пренебрегая поглощением света в николе, определить:

- 1) отношение интенсивностей естественного и плоскополяризованного света;
- 2) степень поляризации пучка.

*Решение*

1) При первом поглощении николя, соответствующем максимальной яркости, через николю проходит весь ранее поляризованный свет  $I_n$  и поляризованный свет, возникающий из естественного света интенсивностью  $0,5 I_e$ :

$$I' = I_n + 0,5 I_e. \quad (6.1)$$

При втором положении николя прошедший свет имеет интенсивность

$$I'' = I_n \cdot \cos^2 60^\circ + 0,5 I_e = \frac{1}{4} I_n + \frac{1}{2} I_e. \quad (6.2)$$

Поскольку по условию задачи  $I' = 2 I''$ , то с учётом (6.1) и (6.2) получим:

$$I_n + 0,5 I_e = 2 \left( \frac{1}{4} I_n + 0,5 I_e \right) \Rightarrow I_n = I_e, \quad (6.3)$$

т.е. отношение интенсивностей естественного и поляризованного света равно 1.

2) Степень поляризации определяется соотношением

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (6.4)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — максимальная и минимальная интенсивности в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. В нашем случае

$$I_{\max} = I' = I_{\text{н}} + 0,5 I_{\text{е}} = \frac{3}{2} I_{\text{н}}, \quad (6.5)$$

т.к.  $I_{\text{н}} = I_{\text{е}}$ .

При повороте николя на  $90^\circ$  ранее поляризованный свет не пройдёт, поэтому

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{\text{е}} = \frac{1}{2} I_{\text{н}}. \quad (6.6)$$

Подставляя (6.5) и (6.6) в (6.4), получим:

$$P = \frac{\frac{3}{2} I_{\text{н}} - \frac{1}{2} I_{\text{н}}}{\frac{3}{2} I_{\text{н}} + \frac{1}{2} I_{\text{н}}} = 0,5.$$

**Задача 5.** Два николя  $N_1$  и  $N_2$  расположены так, что угол между плоскостями колебаний составляет  $60^\circ$ .

1) Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь ( $N_1$ )?

2) Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя?

При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

### *Решение*

1) Естественный свет, попадая на грань призмы Николя (рис. 6.15), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два луча: обыкновенный и необыкновенный. Оба луча одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний для необыкновенного луча лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний для обыкновенного луча перпендикулярна к плоскости чертежа. Обыкновенный луч ( $o$ ) вследствие полного внутреннего отражения от границы АВ отбрасывается на зачернённую поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч ( $e$ ) про-

ходит через призму, уменьшая свою интенсивность на величину потери интенсивности света в толще призмы.

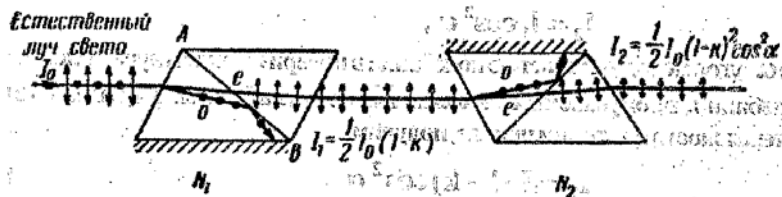


Рис. 6.15

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k), \quad (6.7)$$

где  $k = 0,05$  (5%) – относительная потеря интенсивности света в призме;

$I_0$  – интенсивность естественного света, падающего на первый николю.

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность естественного света  $I_0$  на интенсивность поляризованного света  $I_1$  (6.7):

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k}. \quad (6.8)$$

Подставляя числовые значения, найдём:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - 0,05} = 2,1.$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2) Плоскополяризованный луч света интенсивности  $I_1$  падает на второй николю ( $N_2$ ) и также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой, а интенсивность необыкновенного луча  $I_2$ , вышедшего из призмы  $N_2$ , опре-

деляется законом Малюса (без учёта поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha ,$$

где  $\alpha$  – угол между плоскостью колебаний в поляризованном луче и плоскостью колебаний, пропускаемых николем  $N_2$  без ослабления. Учитывая потери интенсивности во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha . \quad (6.9)$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдём, разделив интенсивность естественного света на интенсивность света  $I_2$ , прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha} . \quad (6.10)$$

Заменяя  $\frac{I_0}{I_1}$  в (6.10) его выражением по формуле (6.8), получим:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha} . \quad (6.11)$$

Подставляя данные, произведём вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86 .$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

**Задача 6.** Между скрещенными поляризатором и анализатором находится стеклянная трубка длиной 35 см, заполненная раствором сахара. Определить, при каких концентрациях раствора сахара можно наблюдать максимальное просветление поля между поляризатором и анализатором (рис. 6.16).

Удельная постоянная вращения раствора сахара для жёлтой линии натрия составляет  $[\alpha] = 67,8 \frac{\text{град}}{\text{дм} \cdot \text{г}/\text{см}^3}$ , а максимальная концентрация сахара –  $C_{\text{max}} = 1,8 \text{ г}/\text{см}^3$ .

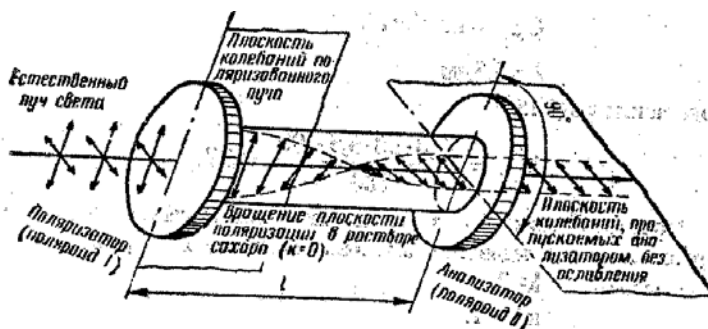


Рис. 6.16

### Решение

Угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации в данном растворе определяется формулой

$$\varphi = [\alpha] C l, \quad (6.12)$$

где  $[\alpha]$  – удельная постоянная вращения;

$C$  – концентрация раствора сахара;

$l$  – длина трубки.

Просветление поля между поляризатором и анализатором будет иметь место в тех случаях, когда угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации будет удовлетворять соотношению

$$\varphi = k 180^\circ + 90^\circ, \quad (6.13)$$

где  $k$  – целое число, принимающее значения  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Подставляя  $\varphi$  в (6.12), получим:

$$k \cdot 180^\circ + 90^\circ = [\alpha] \cdot C l. \quad (6.14)$$

Отсюда можно определить искомые концентрации  $C_0; C_1; C_2$  и т. д. в соответствии со значениями  $k$ . Однако  $k$  ограничено сверху максимальной концентрацией раствора сахара  $C_{\max}$ , поэтому определим сначала  $k_{\max}$ , который соответствует  $C_{\max}$ :

$$k_{\max} = \frac{[\alpha] \cdot C_{\max} \cdot l - 90}{180}. \quad (6.15)$$

Выразим числовые значения величин, входящих в формулу (6.15), во внесистемных единицах:

$$[\alpha] = 67,8 \frac{\text{град}}{\text{дм} \cdot \text{г/см}^3};$$

$$C_{\max} = 1,8 \text{ г/см}^3;$$

$$l = 3,5 \text{ дм}.$$

Подставим их в (6.15):

$$k_{\max} = \frac{67,8 \cdot 1,8 \cdot 3,5 - 90}{180} = 1,87.$$

Но так как  $k$  может быть только целым числом, то максимальное значение его равно единице. Следовательно, условию задачи удовлетворяют два значения  $k$ :  $k = 0$  и  $k = 1$ . Определим из (6.14) искомую концентрацию:

$$C = \frac{k \cdot 180 + 90}{[\alpha] \cdot l}. \quad (6.16)$$

Подставив в эту формулу найденные значения  $k$  и величины, заданные в условии задачи, произведём вычисления:

$$C = \frac{90}{67,8 \cdot 3,5} \text{ г/см}^3;$$

$$C = \frac{1 \cdot 180 + 90}{67,8 \cdot 3,5} \text{ г/см}^3.$$

**Задача 7.** Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластинку, интенсивность  $I$  пучка света после поляроида



стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, «постоянную» вращения  $\alpha$  кварца принять равной  $48,9$  град/мм.

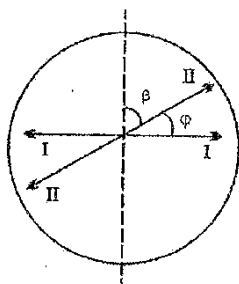


Рис. 6.17

### Решение

Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (пунктирная линия на рис. 6.17) перпендикулярна плоскости колебаний ( $I - I$ ) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины поворачивает плоскость колебаний света на угол  $\varphi$ :

$$\varphi = \alpha \cdot l, \quad (6.17)$$

где  $l$  – толщина пластины;

$\alpha$  – постоянная вращения.

Из рис. 6.17 видно, что

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta.$$

С учётом этого найдём  $\varphi$  из закона Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \beta = I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = I_0 \sin^2 \varphi \Rightarrow \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}}. \quad (6.18)$$

Подставив (6.18) в (6.17), будем иметь:

$$l = \frac{1}{\alpha} \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}} = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-3} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

## 7. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

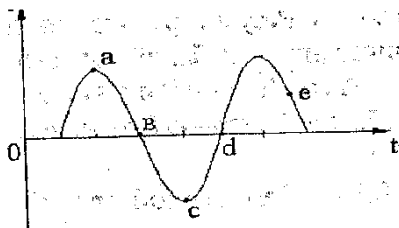
### 7.1. Гармонические колебания. Сложение гармонических колебаний

#### Вариант 1

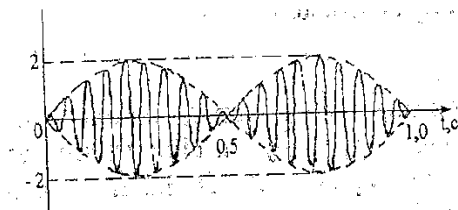
1. Частица совершает синусоидальные гармонические колебания с начальной фазой  $\varphi_0 = 0$ . Циклическая частота колебаний  $\omega_0 = 4 \text{ с}^{-1}$ . В некоторый момент времени смещение частицы  $x_1 = 25 \text{ см}$  и её скорость  $v_1 = 100 \text{ см/с}$ . Найти смещение и скорость частицы через  $t = 2,4 \text{ с}$  после этого момента.

2. Найти амплитуду гармонических колебаний точки, если её полная энергия равна  $8 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$ , а действующая на неё сила при смещении, равном  $1/4$  амплитуды, равна  $2 \text{ Н}$ .

3. Точка совершает гармонические колебания, описываемые уравнением  $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ . На рисунке изображён график зависимости смещения точки от времени. Начальная фаза колебания  $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ . Какая точка (а, b, c, d, e) соответствует началу отсчёта времени  $t = 0$ ?

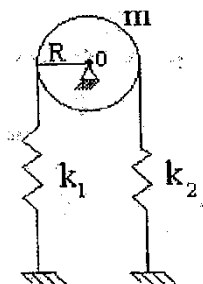


4. Дан график сложного колебания (биения), являющегося суммой двух косинусоидальных колебаний. Определить частоты и амплитуды складываемых колебаний.



5. Определить индукцию магнитного поля внутри катушки в колебательном контуре в момент времени  $t = 5,2 \cdot 10^{-5}$  с, если при  $t = 0$  заряд на обкладках конденсатора  $q = 1,0 \cdot 10^{-5}$  Кл, а сила тока в катушке  $I = 0$ . Индуктивность катушки  $L = 1,0 \cdot 10^{-3}$  Гн, число витков на 1 м длины катушки  $n = 10^3$  м $^{-1}$ , ёмкость конденсатора  $C = 1,0 \cdot 10^{-5}$  Ф. Активное сопротивление контура мало.

6. Невесомая, нерастяжимая нить соединяет две пружины с коэффициентами жёсткости  $k_1$  и  $k_2$ . Нить перекинута через блок массой  $m$  и радиусом  $R$ . Составить дифференциальное уравнение, описывающее движение данной системы тел. Определить период гармонических колебаний данной системы.

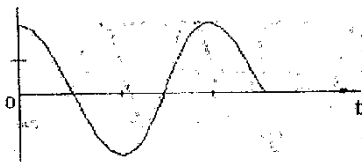


## Вариант 2

1. Точка совершает гармонические колебания. При смещении от положения равновесия, равном  $x_1 = 2,4$  см, скорость точки  $v_1 = 3$  см/с, а при смещении  $x_2 = 2,9$  см, скорость  $v_2 = 2$  см/с. Найти амплитуду и период данного колебания, если начальная фаза колебаний равна нулю.

2. Тело совершает гармонические колебания по закону  $x = 70 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi_0\right)$  см. Определить амплитуду смещения, скорости, ускорения и силы, если масса тела 1 кг, начальная фаза  $\frac{\pi}{6}$ . Найти полную энергию тела.

3. Дан график зависимости упругой силы, действующей на точку, от времени. Изобразить графики зависимостей скорости от времени.

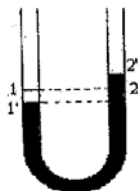


4. Складываются три гармонических колебания с равными периодами  $T = 2$  с и амплитудами  $A = 3$  см. Начальные фазы колебаний  $\varphi_{0_1} = 0$ ,  $\varphi_{0_2} = \frac{\pi}{3}$ ,  $\varphi_{0_3} = \frac{2\pi}{3}$ . Изобразить векторную диаграмму сложения колебаний. Написать уравнение результирующего колебания.

5. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков  $N = 100$  и индуктивностью  $L = 10$  мкГн и конденсатор ёмкостью  $C = 1$  нФ. Максимальное напряжение  $U_{c_m}$  на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий один виток катушки.

6. В U-образной трубке находится жидкость. При кратковременном изменении давления жидкости в одном

из колен уровни жидкости сместились, и столбик жидкости начал колебаться. Определить частоту колебаний жидкости. Трением жидкости о стенки пренебречь.

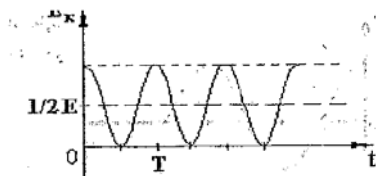


### Вариант 3

1. Написать уравнение синусоидального гармонического колебания, если максимальное ускорение  $a_m = 49,3 \text{ см/с}^2$ , период колебаний  $T = 2 \text{ с}$ , смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени равно  $25 \text{ мм}$ .

2. Материальная точка массой  $5 \text{ г}$  совершает гармонические колебания по закону синуса с частотой  $0,5 \text{ Гц}$  и начальной фазой  $\varphi_0 = 0$ . Амплитуда колебаний  $3 \text{ см}$ . Определить: а) скорость точки в момент времени, когда её смещение положительно и равно  $1,5 \text{ см}$ ; б) максимальную силу, действующую на точку; в) полную энергию колеблющейся точки.

3. Дан график зависимости кинетической энергии точки, колеблющейся по гармоническому закону. Изобразить график зависимости смещения точки от времени.

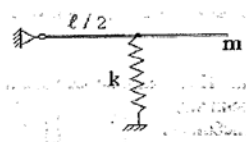


4. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, описывае-

мых уравнениями  $x = 0,02 \cos \pi t$  м и  $y = 0,05 \cos \frac{\pi}{2} \cdot t$  м. Написать уравнение траектории точки.

5. Колебательный контур содержит конденсатор ёмкостью  $C = 8$  пФ и катушку с индуктивностью  $L = 0,5 \cdot 10^{-3}$  Гн. Каково максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока 40 мА?

6. К середине стержня длиной  $\ell$  и массой  $m$  прикреплена невесомая пружина жёсткостью  $k$ . Составить дифференциальное уравнение малых колебаний системы и определите частоту колебаний.

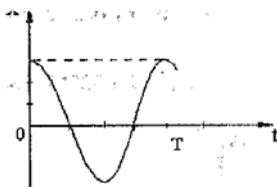


### Вариант 4

1. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая гармонические колебания согласно уравнению  $x = 7 \sin 0,5\pi t$  см, смещается от положения равновесия на амплитуду?

2. Амплитуда гармонического колебания материальной точки 5 см, масса 10 г, полная энергия колебаний  $3 \cdot 10^{-5}$  Дж. Написать уравнение гармонического колебания этой точки, если начальная фаза равна  $60^\circ$ .

3. Дан график зависимости смещения колеблющейся точки от времени. Изобразить график зависимостей упругой силы, действующей на точку, и кинетической энергии от времени.



4. Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями  $x = 2 \cos \frac{\pi}{2} \cdot t$  см и  $y = -\cos \pi \cdot t$  см. Написать уравнение траектории точки.

5. Энергия свободных незатухающих колебаний, происходящих в колебательном контуре, равна 0,2 мДж. При медленном раздвигании пластин конденсатора частота колебаний увеличилась в  $n = 2$  раза. Определить работу, совершённую против сил электрического поля.

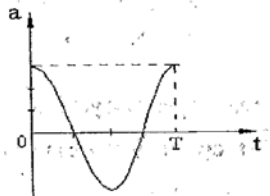
6. Предположим, что Земля просверлена по диаметру. В образовавшуюся шахту без начальной скорости у поверхности Земли опустили небольшое тело массой  $m$ . Написать уравнение гармонических колебаний тела. Определите его скорость в центре Земли. Сопротивлением воздуха пренебречь.

### **Вариант 5**

1. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая гармонические колебания по закону косинуса, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебания  $T = 24$  с, начальная фаза  $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ .

2. Материальная точка массой 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом  $T = 2$  с, начальная фаза колебаний  $\varphi_0 = 0$ . Полная энергия колеблющейся точки равна  $W = 10^{-4}$  Дж. Написать уравнение колебаний, найти максимальную силу, действующую на точку.

3. Дан график зависимости ускорения колеблющейся точки от времени. Изобразить график зависимостей смещения и скорости от времени.



4. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями  $x = 4 \cdot \cos \pi t$  см и  $y = 8 \cdot \cos(\pi t + \pi)$  см. Найти уравнение траектории движения точки.

5. Заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется со временем по закону  $q = 1,59 \cdot 10^{-4} \sin 200\pi t$  Кл. Ёмкость конденсатора равна  $C = 2,54 \cdot 10^{-5}$  Ф. Определить: 1) период колебаний; 2) индуктивность катушки; 3) максимальное напряжение на обкладках конденсатора; 4) максимальную энергию магнитного поля; 5) максимальную энергию электрического поля.

6. На конце тонкого стержня длиной  $\ell$  закреплён груз массой  $m$ . К середине стержня прикреплена пружина жёсткостью  $k$ . Массой пружины и стержня пренебречь, груз считать материальной точкой. Составить дифференциальное уравнение, описывающее движение данной системы тел. Определить частоту малых колебаний.

### Вариант 6

1. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки  $x = 5$  см, скорость  $v = 20$  см/с и ускорение  $a = 80$  см/с<sup>2</sup>. Определить амплитуду, циклическую частоту, период и фазу в данный момент времени.



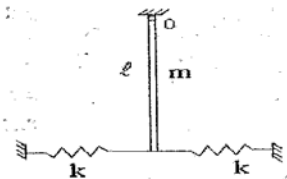
2. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид  $x = 5 \cdot \sin 2t$  см. В момент, когда возвращающая сила впервые достигла значения  $F = 5 \cdot 10^{-3}$  Н, точка обладает потенциальной энергией  $E_p = 100$  мкДж. Найти этот момент времени  $t$  и соответствующую ему фазу колебаний.

3. Тело массой 20 г участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = 4 \cos \frac{\pi}{2} \cdot t$  см и  $y = 2 \sin \frac{\pi}{2} \cdot t$  см. Написать уравнение траектории тела и построить её. Определить силу, действующую на тело в момент времени  $t = 1$  с.

4. В результате сложения двух колебаний, период одного из которых  $T_1 = 0,02$  с, получают биения с периодом  $T_6 = 0,2$  с. Определить период  $T_2$  второго складываемого колебания.

5. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 0,025 мкФ и катушки индуктивностью  $L = 1$  Гн. Активное сопротивление равно 0. Написать уравнения изменения со временем энергии магнитного, электрического полей и полной энергии контура. Найти значение энергии электрического поля, магнитного поля и полной энергии в моменты времени  $\frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}$ . Начальная фаза колебаний  $\varphi_0 = 0$ .

6. Найти частоту малых колебаний тонкого однородного вертикального стержня массой  $m$  и длиной  $\ell$ , который шарнирно укреплен в точке  $O$ . Суммарная жёсткость пружин –  $k$ . Массы пружин малы.

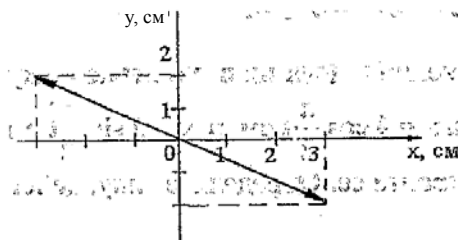


## Вариант 7

1. Точка совершает гармонические колебания по закону косинуса. В некоторый момент времени смещение точки  $x_1 = 5$  см. При увеличении фазы вдвое в этот же момент времени смещение стало  $x_2 = 8$  см. Найти амплитуду колебаний.

2. На доске лежит груз массой 10 кг. Доска совершает гармонические колебания по закону косинуса в вертикальном направлении с периодом  $T = 0,5$  с и амплитудой  $A = 2$  см. Определить величину силы давления груза на доску в момент времени  $t = 2$  с и полную энергию колеблющегося груза. Начальная фаза колебаний равна нулю.

3. На рисунке изображена траектория движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях. Написать уравнения складываемых колебаний и уравнение траектории, если частота колебаний одинакова и равна  $\nu = 50$  Гц.



4. При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты с амплитудами 5 см и 7 см получают результирующее колебание с амплитудой 9 см. Определить: 1) разность фаз складываемых колебаний; 2) наибольшую скорость результирующего колебания, если наибольшая скорость первого колебания 0,5 м/с.

5. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 0,025 мкФ и катушки с индуктивностью 1,015 Гн.

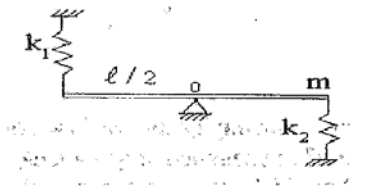
Активным сопротивлением цепи пренебрегаем. Конденсатор заряжен количеством электричества  $2,5 \cdot 10^{-6}$  Кл.

1) Написать для данного контура уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в зависимости от времени.

2) Найти значения разности потенциалов на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в моменты времени

$$\frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2} \text{ с.}$$

6. Определить период малых колебаний стержня массой  $m$ , длиной  $\ell$  относительно точки  $O$ . Коэффициенты жёсткости пружин  $k_1$  и  $k_2$ .



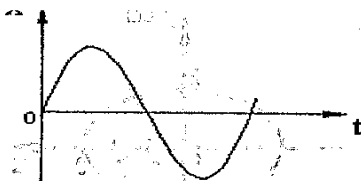
### Вариант 8

1. Точка совершает гармонические колебания. Максимальная скорость точки 10 см/с, максимальное ускорение 100 см/с<sup>2</sup>. Найти период колебаний, амплитуду и написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна  $\frac{\pi}{4}$ .

2. Материальная точка массой 10 г колеблется по закону  $x = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$  см. Найти максимальную силу,

действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

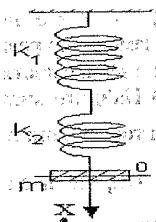
3. Дан график зависимости смещения математического маятника от времени. Изобразить график зависимости кинетической энергии маятника от времени.



4. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = 2 \cos \omega t$  см и  $y = 3 \sin 0,5 \omega t$  см. Найти уравнение траектории движения точки.

5. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии электрического поля для момента времени  $t = \frac{T}{8}$  с?

6. Тело массой  $m$  подвешено на двух пружинах одинаковой длины, но с разными упругими свойствами. Коэффициенты упругости  $k_1$  и  $k_2$ . Определить частоту малых колебаний тела.

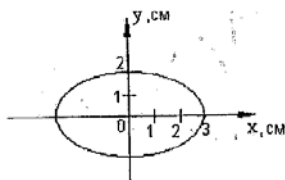


### Вариант 9

1. Точка совершает гармонические колебания по закону синуса. Амплитуда колебания точки 10 см, максимальная скорость 20 см/с, начальная фаза равна  $\frac{\pi}{6}$ . Написать уравнение колебаний и найти максимальное ускорение точки.

2. Определить амплитуду гармонических колебаний материальной точки, если её полная энергия  $4 \cdot 10^{-2}$  Дж, а максимальное значение действующей на неё силы равно 2 Н.

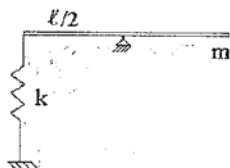
3. На рис. 7.15 изображена траектория движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях. Написать уравнения складываемых колебаний и уравнение траектории точки, если частота колебаний одинакова и равна  $\nu = 50$  Гц.



4. При сложении двух гармонических колебаний одного направления результирующее колебание точки имеет вид  $x = 1,5 \cdot \cos 2,1t \cdot \cos 50t$  см. Найти циклические частоты складываемых колебаний и период биений результирующего колебания.

5. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 0,1$  Гн и конденсатора ёмкостью  $C = 0,9$  мкФ. Сколько времени проходит от момента, когда конденсатор полностью разряжен, до момента, когда его энергия вдвое превышает энергию катушки? Активное сопротивление катушки равно 0.

6. Написать дифференциальное уравнение, описывающее движение данной системы тел. Определить частоту малых колебаний. Длина стержня  $\ell$ , масса  $m$ , жёсткость пружины  $k$ .

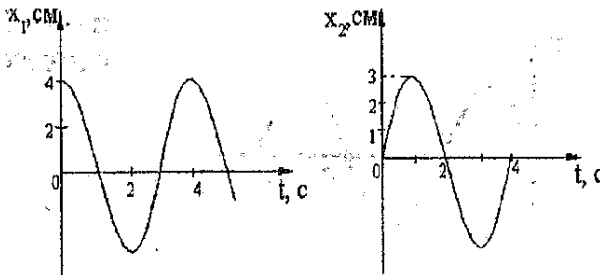


### Вариант 10

1. Точка совершает косинусоидальные гармонические колебания с амплитудой  $A = 5$  см, с частотой  $\omega_0 = 2 \text{ с}^{-1}$  и начальной фазой  $\varphi_0 = 0$ . Определить ускорение точки в тот момент, когда её скорость  $v = 8 \text{ см/с}$ .

2. Определить массу тела, совершающего гармонические колебания с амплитудой  $0,1$  м, частотой  $2$  Гц и начальной фазой  $\frac{\pi}{6}$ , если полная энергия равна  $7,7 \cdot 10^{-2}$  Дж. Через сколько времени от начала движения кинетическая энергия равна потенциальной?

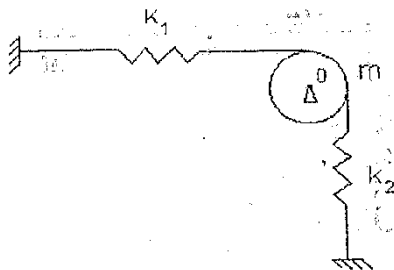
3. Даны графики гармонических колебаний  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ . Изобразить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.



4. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = 3 \cdot \sin \pi t$  см и  $y = -2 \cdot \cos \pi t$  см. Найти уравнение траектории точки. Определить скорость и ускорение точки в момент времени  $t = 0,5$  с.

5. Колебательный контур имеет индуктивность  $L = 1,6$  мГн, ёмкость  $C = 0,04$  мкФ и максимальное напряжение на обкладках конденсатора  $U_{C_m} = 200$  В. Чему равна максимальная сила тока в контуре? Активное сопротивление контура мало.

6. Определить частоту малых колебаний сплошного диска массой  $m$ . Коэффициенты жёсткости пружин  $k_1$  и  $k_2$ . Написать дифференциальное уравнение гармонических колебаний системы.

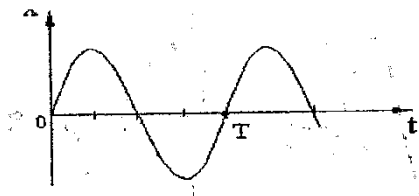


### Вариант 11

1. Материальная точка совершает синусоидальные гармонические колебания с частотой  $0,5$  Гц. В начальный момент времени она находится в положении равновесия и движется со скоростью  $20$  см/с. Написать уравнение колебаний.

2. Тело совершает гармонические колебания по закону  $x = 50 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \alpha\right)$  см. Определить амплитуду смещения, скорости, ускорения и силы, если масса тела  $2$  кг, начальная фаза равна  $0$ . Найти полную энергию тела.

3. Дан график зависимости смещения колеблющейся точки от времени  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Изобразить графики зависимостей скорости и ускорения от времени.

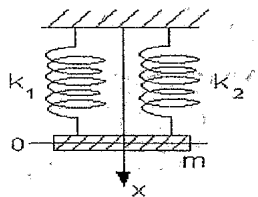


4. Сложить аналитически и с помощью векторной диаграммы два гармонических колебания:

$$x_1 = 3 \sin \left( 6t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ см} \quad \text{и} \quad x_2 = 4 \sin \left( 6t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ см}.$$

5. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре дано в виде  $I = -0,02 \sin 400\pi t$  А. Индуктивность катушки  $L = 1$  Гн. Найти: 1) период колебаний; 2) ёмкость конденсатора; 3) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора; 4) максимальную энергию электрического поля; 5) максимальную энергию магнитного поля.

6. Тело массой  $m$  подвешено на двух пружинах одинаковой длины, но с разными упругими свойствами. Коэффициенты упругости  $k_1$  и  $k_2$ . Написать дифференциальное уравнение гармонических колебаний системы. Определить частоту малых колебаний тела.



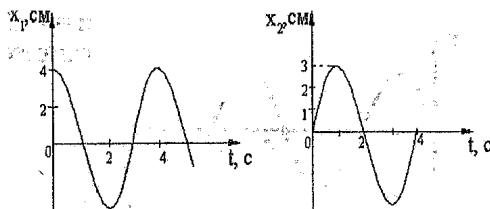
### Вариант 12

1. Написать уравнение косинусоидального гармонического колебания с амплитудой 5 см, если за 1 мин. Совершается 150 колебаний. В начальный момент времени смещение от положения равновесия равно 2,5 см.

2. Материальная точка совершает колебания по закону синуса. Максимальная сила, действующая на точку,  $1,5 \cdot 10^{-3}$  Н, полная энергия колеблющейся точки  $2,2 \cdot 10^{-5}$  Дж. Скорость в момент времени, когда смещение равно половине амплитуды и положительно, равна  $8,2 \cdot 10^{-2}$  м/с. Определить массу колеблющейся точки, амплитуду и циклическую частоту колебаний.



3. Складываются два колебания:  $x_1 = A_1 (\cos \omega t + \varphi_1)$  и  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Их графики имеют вид:

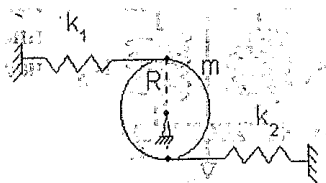


Изобразить векторную диаграмму сложения колебаний. Написать уравнение результирующего колебания.

4. Биения возникают при сложении двух колебаний  $x_1 = 0,01 \cos 4999\pi t$  м и  $x_2 = 0,01 \cos 5001\pi t$  м. Найти период биений и период результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

5. Колебательный контур из конденсатора  $C = 2 \cdot 10^{-8}$  Ф и катушки с общим числом витков  $N = 300$  и индуктивностью  $L = 5 \cdot 10^{-5}$  Гн. Активным сопротивлением контура можно пренебречь. Максимальный магнитный поток через один виток  $\Phi_{\max} = 4 \cdot 10^{-7}$  Вб. Определить максимальный заряд на обкладках конденсатора и начальную фазу колебаний напряжения на нём, если в момент времени  $t = 0$  энергия конденсатора равна магнитной энергии катушки.

6. К диску радиусом  $R$  и массой  $m$  прикреплены две пружины с коэффициентом жёсткости  $k_1$  и  $k_2$ . Массы пружин малы. Написать дифференциальное уравнение гармонических колебаний системы. Определить период колебаний системы.



## 7.2. Затухающие и вынужденные колебания

### Вариант 1

1. Математический маятник длиной  $\ell = 50$  см совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания  $\beta = 0,9 \text{ с}^{-1}$ . Определить время  $t$  и число полных колебаний  $N$ , за которые амплитуда маятника уменьшится в 5 раз. Во сколько раз должен возрасти коэффициент трения, чтобы колебания маятника стали апериодическими?

2. Определить, как нужно изменить ёмкость или индуктивность колебательного контура при увеличении активного сопротивления в 2 раза, чтобы логарифмический декремент затухания оставался без изменения?

3. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты в 2 раза? Коэффициент затухания  $\beta = 0,2|\omega_0|$  ( $\omega_0$  – частота собственных незатухающих колебаний).

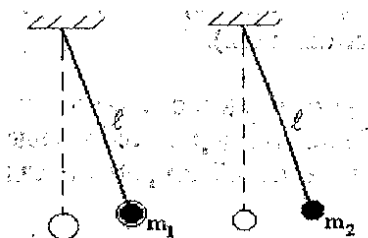
4. Последовательно соединённые резистор с сопротивлением  $R = 110 \text{ Ом}$  и конденсатор подключены к источнику переменного напряжения, амплитудное значение которого  $U_m = 110 \text{ В}$ . Амплитудное значение тока в цепи  $I_m = 0,5 \text{ А}$ . Определить разность фаз между током и внешним напряжением.

5. Колебательный контур радиоприёмника состоит из катушки индуктивностью  $L = 1 \text{ мГн}$  и переменного конденсатора, ёмкость которого может меняться в пределах от 9,7 до 92 пФ. В каком диапазоне длин волн может работать этот приёмник?

### Вариант 2

1. Два шара одинакового диаметра, но обладающие разными массами, подвешены на нитях одинаковой дли-

ны. Если их отклонить от положения равновесия, то какой будет колебаться с большим периодом и у какого будет больше логарифмический декремент затухания, если их колебания происходят в вязкой среде?



2. Напряжение на обкладках конденсатора колебательного контура изменяется по закону  $U_C = 80 \cdot e^{-200t} \cdot \cos 100\pi t$  В. Индуктивность контура 0,2 Гн. Определить: а) логарифмический декремент затухания; б) активное сопротивление контура; в) время, за которое амплитудное значение  $U_{Cm}$  уменьшится в 4 раза.

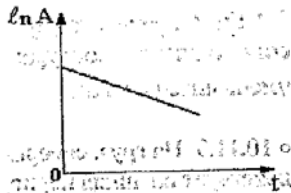
3. На груз, совершающий затухающие колебания с частотой  $\omega_3 = 30 \text{ с}^{-1}$ , действует внешняя периодическая сила с амплитудой  $F_m = 2,5 \text{ Н}$ , под действием которой устанавливаются вынужденные колебания. Амплитуда колебаний груза при резонансе  $A_{\text{рез}} = 0,2 \text{ м}$ , добротность колебательной системы  $Q = 15$ . Определить массу груза.

4. Сопротивление  $R = 10 \text{ Ом}$  и катушка индуктивностью  $L = 0,1 \text{ Гн}$  соединены последовательно и включены в цепь переменного тока с частотой  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Какую ёмкость необходимо включить последовательно в цепь, чтобы уменьшить сдвиг фаз между ЭДС и силой тока на  $\Delta\varphi = 27^\circ$ ?

5. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на 1 мм. При какой частоте вращения  $\nu$  якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?

### Вариант 3

1. На рисунке изображена зависимость логарифма амплитуды  $\ln A$  затухающих колебаний от времени. Построить график зависимости логарифма энергии колебаний от времени  $\ln E = f(t)$ . Начальные значения логарифмов амплитуды и энергии следует принять одинаковыми ( $\ln A_0 = \ln E_0$ ).



2. В колебательном контуре, содержащем катушку индуктивностью  $L = 10$  мГн, амплитуда колебаний за  $0,01$  с уменьшается в  $2,7$  раза. Найти активное сопротивление катушки.

3. Тело массой  $40$  г совершает вынужденные колебания под действием периодической силы  $F = 0,5 \sin 10\pi t$  Н в среде с коэффициентом сопротивления  $r = 0,12$  кг/с. Записать уравнение (с числовыми коэффициентами) установившихся вынужденных колебаний  $x(t)$ , при условии, что вынужденные колебания отстают по фазе от вынуждающей силы на  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ .

4. В цепь переменного тока частотой  $\nu = 50$  Гц последовательно включены резистор сопротивлением  $R = 100$  Ом и конденсатор ёмкостью  $C = 22$  мкФ. Определить, какая доля напряжения, приложенного к этой цепи, приходится: а) на падение напряжения на конденсаторе  $U_{C_m}$ ; б) на падение напряжения на резисторе  $U_{R_m}$ ?

5. Добротность колебательного контура при настройке его в резонанс на двух частотах  $\omega_{\text{рез}_1}$  и  $\omega_{\text{рез}_2} = 2\omega_{\text{рез}_1}$  равна соответственно  $20$  и  $30$ . Найти отношение амплитуд-

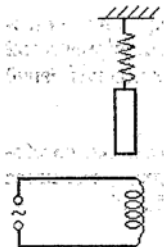
ных значений заряда на конденсаторе для двух случаев при постоянных значениях индуктивности контура и амплитуды внешней ЭДС.

#### Вариант 4

1. Логарифмический декремент затухания камертона, колеблющегося с частотой  $\nu = 100$  Гц, равен 0,002. Через какой промежуток времени амплитуда колебаний камертона уменьшится в 100 раз? Во сколько раз при этом изменится энергия колебаний?

2. Определить добротность  $Q$  колебательного контура, состоящего из катушки индуктивностью  $L = 2$  мГн, конденсатора ёмкостью  $C = 0,2$  мкФ и резистора сопротивлением  $R = 1$  Ом.

3. Железный стержень, подвешенный к пружине, будучи выведен из положения равновесия, совершает свободные затухающие колебания с частотой  $\omega_3 = 20$  с<sup>-1</sup>, причём амплитуда колебаний уменьшается в 2 раза в течение времени  $t = 1,11$  с. Вблизи нижнего конца стержня помещена катушка, питаемая переменным током. При частоте тока  $\omega = 11$  с<sup>-1</sup> стержень колеблется с амплитудой  $A = 1,5$  мм. При какой частоте тока  $\omega_{\text{рез}}$  колебания стержня достигнут наибольшей интенсивности? Какова будет амплитуда  $A_{\text{рез}}$  колебаний при этой частоте? Предполагается, что амплитуда вынуждающей силы неизменна. Кроме того, необходимо учесть, что частота вынуждающей силы равна удвоенной частоте изменений тока в катушке.



4. Цепь, состоящая из последовательно соединённых ёмкости, индуктивности и омического сопротивления, подключена к источнику с переменной ЭДС  $\varepsilon = 220 \cos \omega t$  В. Найти падение напряжения на омическом сопротивлении  $U_{R_m}$ , если напряжения  $U_{L_m} = 5U_{R_m}$ ,  $U_{C_m} = U_{R_m}$  ( $U_{R_m}, U_{C_m}, U_{L_m}$  – амплитуды напряжений на соответствующих элементах цепи).

5. Грузовики въезжают в зерновой склад, разгружаются и выезжают с той же скоростью. С одной стороны склада выбоины на дороге идут чаще, чем с другой. Как по профилю дороги определить, с какой стороны въезд, с какой выезд?

### **Вариант 5**

1. Тело массой  $m = 0,6$  кг, подвешенное к спиральной пружине жёсткостью  $k = 30$  Н/м, совершает в некоторой среде колебания. Логарифмический декремент колебаний  $\lambda = 0,01$ . Определить время  $t$  и число полных колебаний  $N$ , за которые амплитуда убывает в 3 раза.

2. В контуре с добротностью  $Q = 50$  возбуждаются затухающие колебания. Через сколько времени энергия, запасённая в контуре, уменьшится в 2 раза? Собственная частота незатухающих колебаний  $\nu_0 = 5,5$  кГц.

3. На тело массой 50 г, совершающее затухающие колебания, начинает действовать периодическая сила. В результате устанавливаются вынужденные колебания  $x = 8 \cos\left(20\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  см. Начальная амплитуда затухающих колебаний  $A_0 = 10$  см, начальная фаза  $\varphi = 0$ , коэффициенты затухания  $\beta = 2$  с<sup>-1</sup>. Записать уравнение (с числовыми коэффициентами) затухающих колебаний и уравнение периодической силы.

4. В цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220 В и частотой 50 Гц последовательно включены резистор сопротивлением  $R = 100$  Ом, катушка индуктивностью  $L = 0,5$  Гн и конденсатор ёмкостью

$C = 10 \text{ мкФ}$ . Определить: а) силу тока в цепи; б) падение напряжения на активном сопротивлении; в) падение напряжения на конденсаторе; г) падение напряжения на катушке.

5. Определить жёсткость пружин рессор вагона, вес которого с грузом 50 т, если при скорости 12 м/с вагон начинает сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках. Длина рельса 12,8 м.

### **Вариант 6**

1. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 1 мин. уменьшилась в 3 раза. Определить, во сколько раз она уменьшится за 4 мин.

2. На сколько процентов отличается частота  $\omega$  свободных затухающих колебаний контура с добротностью  $Q = 5$  от собственной частоты  $\omega_0$  незатухающих колебаний этого контура?

3. Шарик массой  $m = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$  подвешен на невесомой пружине с коэффициентом жёсткости  $k = 20 \text{ Н/м}$ . Под действием вынуждающей силы устанавливаются вынужденные колебания с частотой  $\omega = 25 \text{ с}^{-1}$ . При этом смещение шарика отстаёт по фазе от вынуждающей силы на  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ . Найти логарифмический декремент затухания  $\lambda$ .

4. В цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220 В и частотой 50 Гц включена катушка с активным сопротивлением. Сдвиг фаз между напряжением и током составляет  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ . Определить индуктивность катушки, если известно, что она поглощает мощность  $P = 445 \text{ Вт}$ .

5. Добротность колебательной системы равна 2. Найти отношение амплитуды вынужденных колебаний  $A$  (если  $\omega = \omega_0$ ) к амплитуде  $A_{\text{рез}}$  (если  $\omega = \omega_{\text{рез}}$ );  $\omega$  — частота вынуждающей силы;  $\omega_0$  — частота собственных незатухающих колебаний;  $\omega_{\text{рез}}$  — резонансная частота колебаний системы.

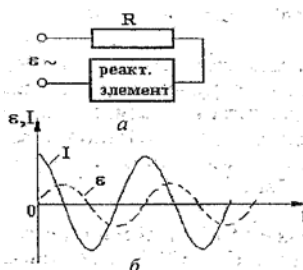
## Вариант 7

1. За время, в течение которого система совершает  $N = 100$  колебаний, амплитуда колебаний уменьшается в 5 раз. Найти добротность системы  $Q$ .

2. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 10$  мГц, конденсатора ёмкостью  $C = 0,1$  мкФ и резистора сопротивлением  $R = 20$  Ом. Через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в  $e$  раз?

3. Груз массой 20 г, подвешенный на пружине жёсткостью  $k = 50$  Н/м, совершает вынужденные колебания в вязкой среде под действием периодической силы  $F = F_m \cos \omega t$ . При резонансной частоте  $\nu_{\text{рез}} = 7,88$  Гц амплитуда колебаний груза  $A_{\text{рез}} = 2$  см. Определить: а) коэффициент затухания колебаний  $b$ ; б) частоту  $\nu$  собственных затухающих колебаний; в) амплитуду вынуждающей силы  $F_m$ .

4. В цепь с переменной ЭДС включены, как показано на рисунке (а), активное сопротивление и реактивный элемент (ёмкость и индуктивность). Графики зависимости ЭДС и силы тока от времени представлены на рисунке (б). Определить: индуктивность и ёмкость включённых в цепь.



5. Найти заряд конденсатора ёмкостью  $C = 0,585$  мкФ в колебательном контуре, питаемом внешней ЭДС  $\varepsilon_m = 10$  В, при резонансе, если частота колебаний внешней ЭДС равна 0,9 собственной частоты контура.



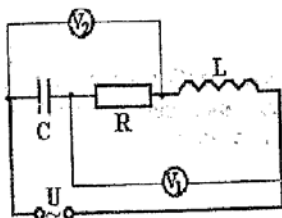
## Вариант 8

1. При наблюдении затухающих колебаний выяснилось, что для двух последовательных колебаний амплитуда второго меньше амплитуды первого на 60 %. Период затухающих колебаний  $T_3 = 0,5$  с. Определить: а) коэффициент затухания  $\beta$ ; б) для тех же условий частоту  $\nu_0$  незатухающих колебаний.

2. Определить логарифмический декремент, при котором энергия колебательного контура за 5 полных колебаний уменьшается в 8 раз.

3. Груз массой 0,5 кг, подвешенный на пружине, коэффициент упругости которой  $k = 50$  Н/м, помещён в масло. Коэффициент трения в масле  $r = 0,5$  кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, меняющаяся по закону  $F = 2 \sin \omega t$  Н. Определить: а) при какой частоте  $\omega$  вынуждающей силы амплитуда вынужденных колебаний будет максимальна; б) чему равна максимальная амплитуда колебаний?

4. В цепь переменного тока с частотой  $\nu = 50$  Гц и действующим значением напряжения  $U_d = 300$  В последовательно включены конденсатор, резистор сопротивлением  $R = 50$  Ом и катушка индуктивностью  $L = 0,1$  Гн. Отношение показаний вольтметров  $V_1$  и  $V_2$  равно  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{2}$ . Определить: а) ёмкость конденсатора; б) действующее значение силы тока.



5. Через ручей переброшена длинная упругая доска. Когда мальчик стоял на ней неподвижно, она прогиба-

лась на 0,1 м. Когда же он пошёл со скоростью 3,6 км/ч, то доска так раскачалась, что он упал в воду. Каков был размер шага мальчика?

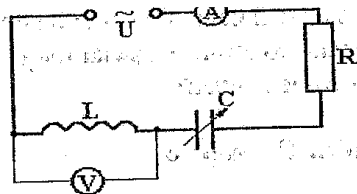
### Вариант 9

1. Механическая система, имеющая период собственных колебаний  $T_0$ , в условиях действия диссипативных сил изменяет период колебаний до значения  $T_3 = \sqrt{1,01} T_0$ . Найти логарифмический декремент затухания системы.

2. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 5,0$  мГн и конденсатора ёмкостью  $C = 0,2$  мкФ. При каком логарифмическом декременте и омическом сопротивлении цепи энергия уменьшится на порядок за три полных колебания?

3. При очень малой частоте вынужденных колебаний по сравнению с частотой собственных незатухающих колебаний ( $\omega_{\text{вын}} \ll \omega_0$ ) амплитуда колебаний  $A = 0,001$  м. Логарифмический декремент затухания  $\lambda = 0,01$ . Определить амплитуду вынужденных колебаний при резонансе  $A_{\text{рез}}$ .

4. Цепь переменного тока с действующим значением напряжения  $U_d = 220$  В и частотой  $\nu = 50$  Гц состоит из активного сопротивления  $R = 22$  Ом, индуктивности  $L = 318$  мГн и переменной ёмкости. Ёмкость цепи подбирается так, чтобы показание вольтметра, включённого параллельно индуктивности, стало максимальным. Найти показания вольтметра и амперметра для этого условия. Полным сопротивлением амперметра и ответвлением тока в цепь вольтметра можно пренебречь.



5. Амплитуды скорости вынужденных колебаний при частотах вынуждающей силы  $\nu_1 = 200$  Гц и  $\nu_2 = 300$  Гц равны между собой. Принимая, что амплитуда вынуждающей силы в обоих случаях одна и та же, найти частоту, соответствующую резонансу скорости.

### **Вариант 10**

1. Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в некоторой среде, за время  $t = 2$  мин уменьшилась в 100 раз. Определить коэффициент сопротивления, если масса маятника  $m = 0,1$  кг.

2. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 5 мкФ, катушки индуктивностью 0,1 Гн и сопротивлением 5 Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества  $q_{m_0} = 5 \cdot 10^{-6}$  Кл. Написать уравнение зависимости разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени. Найти значения разности потенциалов на обкладках конденсатора в моменты времени  $t = \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}$ . Построить график  $U_C = f(t)$  в пределах одного периода.

3. Человек массой 60 кг качается на качелях. Его движение описывается уравнением  $x_1 = 2 \cdot e^{-0,01t} \sin 2\pi t$  м. На качели начала действовать сила, изменяющаяся по закону  $F = 500 \sin 1,2\pi t$  Н. Написать уравнение движения человека под действием указанной силы (с числовыми коэффициентами).

4. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью  $L = 6$  мкГн и конденсатор ёмкостью  $C = 1,2$  нФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе  $U_{C_m} = 2$  В необходимо подводить среднюю мощность  $P = 0,2$  мВт. Считая затухание колебаний в контуре достаточно малым, определить добротность данного контура.

5. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах  $\omega_1 = 400 \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_2 = 600 \text{ с}^{-1}$  равны между собой. Найти частоту, при которой амплитуда смещения максимальна.

### **Вариант 11**

1. Чему равен логарифмический декремент затухания  $\lambda$  и добротность системы  $Q$ , если амплитуда затухающих колебаний уменьшилась в  $e^2$  раз за 50 колебаний? Чему равен коэффициент затухания  $\beta$ , если амплитуда уменьшилась в  $e^2$  раз за 50 с?

2. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 25 \text{ мГн}$ , конденсатора ёмкостью  $C = 10 \text{ мкФ}$  и резистора. Определить сопротивление резистора, если известно, что амплитуда тока в контуре уменьшилась в  $e$  раз за 16 полных колебаний.

3. Тело массой  $10 \text{ г}$  совершает затухающие колебания, описываемые уравнением  $x = 10 \cdot e^{-\beta t} \cos 10,5 \pi t \text{ см}$ . Под действием внешней периодической силы возникли вынужденные колебания  $X = 5 \cos(10 \pi t + \varphi) \text{ см}$ . Определить циклическую частоту свободных незатухающих колебаний, разность фаз между действующей силой и смещением. Записать уравнение внешней периодической силы.

4. В цепь переменного тока с действующим напряжением  $220 \text{ В}$  включены последовательно ёмкость  $C$ , активное сопротивление  $R$  и индуктивность  $L$ . Найти падение напряжения  $U_{R_m}$  на омическом сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе  $U_{C_m} = 2U_{R_m}$  и падение напряжения на индуктивности  $U_{L_m} = 3U_{R_m}$ .

5. При какой скорости поезда рессоры его вагонов будут особенно сильно колебаться под действием толчков о стыки рельс, если длина рельс  $12,5 \text{ м}$ , нагрузка на рессору равна  $5,5 \text{ т}$  и если рессора прогибается на  $16 \text{ мм}$  при нагрузке в  $1 \text{ т}$ ?

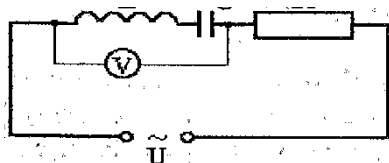
## Вариант 12

1. Груз массой  $m = 0,5$  кг подвешен к пружине, жёсткость которой  $k = 32$  Н/м, и совершает затухающие колебания. Определить период затухающих колебаний, если за время двух колебаний  $N = 2$  амплитуда уменьшилась в 20 раз.

2. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C = 7$  мкФ и катушки индуктивностью  $L = 0,23$  Гн. Сопротивление контура  $R = 40$  Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества  $q_{m_0} = 5,6 \cdot 10^{-4}$  Кл. Найти: а) период колебаний контура; б) логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнение зависимости разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени.

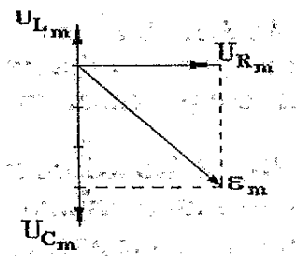
3. Гиря массой  $m = 400$  г, подвешенная на спиральной пружине жёсткостью  $k = 40$  Н/м, опущена в масло. Коэффициент сопротивления  $r$  для этой системы составляет 0,5 кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону  $F = 0,5 \cos \omega t$  Н. Определить: а) амплитуду вынужденных колебаний, если частота вынуждающей силы вдвое меньше собственной частоты незатухающих колебаний; б) частоту вынуждающей силы, при которой амплитуда вынужденных колебаний максимальна; в) резонансную амплитуду.

4. В цепи переменного тока с частотой  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup> вольтметр показывает нуль при  $L = 0,2$  Гн. Определить ёмкость конденсатора.



5. На рисунке приведена векторная диаграмма напряжений в цепи переменного тока. Нарисовать диаграмму напряжений, если частота тока увеличится в 2 раза, а амплитудное значение  $\varepsilon_m$  такое же.

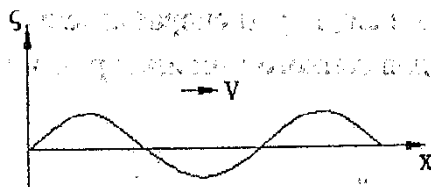
Определить, как изменится амплитуда силы тока  $I_m$ .



### 7.3. Волны

#### Вариант 1

1. Поперечная плоская волна распространяется вдоль оси  $x$  с некоторой скоростью  $v$ . На рисунке изображена эта волна для момента времени  $t = 0$ . Изобразить примерный вид данной волны для моментов времени  $t = T/4$  и  $t = T/2$ , где  $T$  – период колебаний.



2. Плоская волна распространяется в плоскости  $x, y$ . Фазовая скорость волны  $v = 300$  м/с, а волновой вектор  $\vec{k} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ . Найти разность фаз колебаний между точками среды с координатами  $x_1 = y_1 = 0$  м и  $x_2 = y_2 = 3$  м, а также частоту их колебаний.

3. Точечный изотропный источник испускает звуковые волны. В точке  $P$ , находящейся на расстоянии  $r_0 = 6$  м

от источника, амплитуда скорости колебаний частиц среды  $U_m = 0,1$  м/с. Найти амплитуду колебаний частиц среды в точке  $M$ , находящейся на расстоянии  $r = 8$  м от источника, если разность фаз колебаний между точками  $M$  и  $P$  равна  $\Delta\varphi = \pi/2$ . Скорость звука в воздухе  $v = 340$  м/с.

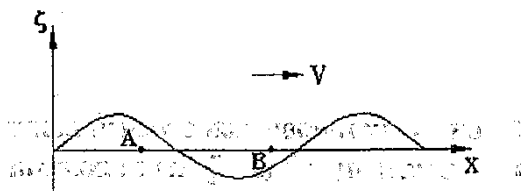
4. На струне длиной  $\ell = 80$  см образовалась стоячая волна, имеющая три узла. Найти координаты точек, которые совершают колебания с амплитудой в 2 раза меньше максимальной.

5. В немагнитной среде распространяется плоская электромагнитная волна  $E = 0,01 \cos(10000t - 0,0001x)$  В/м. Найти амплитуду напряжённости магнитного поля волны и интенсивность волны.

6. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме вдоль оси  $x$ . Амплитуда напряжённости электрического поля в волне  $E_m = 10^{-3}$  В/м. Длина волны  $\lambda = 1$  мм. Найти энергию, переносимую данной волной за время, равное одному периоду колебаний, через плоскую поверхность площадью  $S = 50$  см<sup>2</sup>, нормаль к которой образует угол  $\alpha = 60^\circ$  с осью  $x$ .

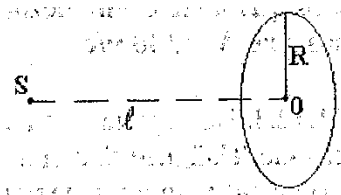
## Вариант 2

1. Плоская поперечная волна распространяется вдоль оси  $x$  с некоторой скоростью  $v$ . На рисунке изображена зависимость смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия от  $x$ . Указать стрелками, в каком направлении движутся частицы среды в точках  $A$  и  $B$ .



2. Вдоль оси  $x$  распространяется плоская волна с периодом  $T = 0,25$  с, скоростью  $v = 48$  м/с и начальной фазой, равной нулю. Определить в момент времени  $t = 10$  с в точке  $x_2 = 45$  м смещение частиц из положения равновесия  $\xi_2$ , если в этот же момент времени в точке  $x_1 = 43$  м смещение частиц из положения равновесия  $\xi_1 = 3$  см.

3. Точечный изотропный источник звука  $S$  находится на перпендикуляре к плоскости кольца, проходящем через его центр  $O$ . Расстояние между точками  $S$  и  $O$  равно  $\ell = 1$  м, радиус кольца  $R = 0,5$  м. Найти средний поток энергии через площадь, ограниченную кольцом, если в точке  $O$  интенсивность звука  $I = 30$  мкВт/м<sup>2</sup>.



4. Найти, во сколько раз изменится частота основного тона натянутой струны, если её длину  $\ell$  уменьшить на 35 %, а силу натяжения  $F$  увеличить на 70 %?

5. В однородной и изотропной среде распространяется плоская электромагнитная волна со скоростью  $v = 2 \cdot 10^8$  м/с. Амплитуда напряжённости магнитного поля волны  $H_m = 10^{-8}$  А/м. Магнитная проницаемость среды  $\mu = 1$ . Найти амплитуду напряжённости  $E_m$  электрического поля волны.

6. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна. Средняя за период объёмная плотность энергии волны  $w = 3 \cdot 10^{-11}$  Дж/м<sup>3</sup>. Найти амплитуду напряжённости электрического поля волны.



### Вариант 3

1. В упругой среде в направлении оси  $x$  установилась стоячая волна. Изобразить на графике зависимость смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия от координаты  $x$  в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = T/4$ , где  $T$  – период колебаний.

2. Упругая плоская волна распространяется вдоль оси  $x$  со скоростью  $v = 300$  м/с. Скорость смещения частиц среды  $\dot{\xi}$  из положения равновесия в плоскости  $x = 0$  определяется уравнением  $\dot{\xi} = 6 \sin 60 t$  м/с. Написать уравнение колебаний частиц среды в плоскости  $x = 2$  м.

3. Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой  $\nu = 15$  кГц. На расстоянии  $r_0 = 10$  м от источника амплитуда скорости колебаний частиц среды  $U_m = 0,3$  м/с. Найти амплитуду колебаний частиц среды на расстоянии  $r = 15$  м от источника.

4. Для определения скорости звука в воздухе методом акустического резонанса используется трубка с поршнем и звуковой мембраной, закрывающей один из её торцов. Найти скорость звука, если расстояние между соседними положениями поршня, при которых наблюдается резонанс на частоте  $\nu = 2$  кГц, составляет  $\Delta x = 8,5$  см.

5. В однородной и изотропной среде распространяется плоская электромагнитная волна со скоростью  $v = 10^8$  м/с. Амплитуда напряжённости электрического поля волны  $E_m = 10$  В/м. Магнитная проницаемость среды  $\mu = 1$ . Найти амплитуду напряжённости магнитного поля волны.

6. В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна, частота колебаний которой  $\nu = 10^{10}$  Гц, а амплитуда напряжённости магнитного поля  $H_m = 10^{-2}$  А/м. Найти поток энергии, переносимый вол-

ной за время  $t = 1$  с через плоскую поверхность площадью  $S = 100 \text{ см}^2$ , нормаль к которой образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с осью  $x$ .

#### Вариант 4

1. Изобразить на графике бегущую в направлении оси  $x$  упругую плоскую волну в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = T/4$  как функцию смещения частиц среды  $\xi$  от  $x$ ;  $T$  – период колебаний.

2. Плоская поперечная волна распространяется вдоль оси  $x$ . Скорость смещения частиц среды из положения равновесия  $\dot{\xi}$  определяется уравнением  $\dot{\xi} = 0,6 \cos(500t - 10x) \text{ м/с}$ . Найти амплитуду волны, длину волны и скорость её распространения.

3. На расстоянии  $r_0 = 3 \text{ м}$  от точечного изотропного источника сферических звуковых волн частотой  $\nu = 500 \text{ Гц}$  амплитуда колебаний частиц среды  $A_0 = 2 \text{ мм}$ . Написать уравнение данной волны, полагая, что скорость звука  $\nu = 340 \text{ м/с}$ , а начальная фаза  $\alpha = \pi/3$ .

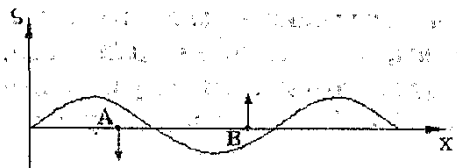
4. Стальная струна длиной  $\ell = 100 \text{ см}$  и диаметром  $d = 0,5 \text{ мм}$  даёт основной тон частотой  $\nu = 256 \text{ Гц}$ . Найти силу натяжения струны. Плотность стали  $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

5. В вакууме в направлении оси  $x$  установилась стоячая электромагнитная волна, электрическая составляющая которой  $E = E_m \cos kx \cos \omega t$ , где  $E_m$ ,  $k$  и  $\omega$  – постоянные. Написать уравнение для магнитной составляющей данной волны.

6. В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна, частота которой  $\nu = 100 \text{ МГц}$  и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии  $I = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ . Найти амплитуду электрической составляющей волны  $E_m$  и амплитуду плотности тока смещения.

### Вариант 5

1. Плоская поперечная волна распространяется вдоль оси  $x$ . На рисунке изображена зависимость смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия от  $x$ , а стрелками показаны направления движения этих частиц в точках  $A$  и  $B$ . Указать направление распространения волны.



2. Колебания с периодом  $T = 10^{-2}$  с распространяются в направлении оси  $x$  со скоростью  $v = 300$  м/с. Найти разность фаз колебаний для точек с координатами  $x_1 = 2$  м и  $x_2 = 5$  м.

3. Точечный изотропный источник звуковых волн мощностью  $P = 0,1$  Вт находится в центре полой сферы радиусом  $R = 1$  м, имеющей отверстие радиусом  $r_0 = 0,1$  м. Полагая, что стенки сферы полностью поглощают звук, найти средний поток энергии, проходящей через отверстие в сфере.

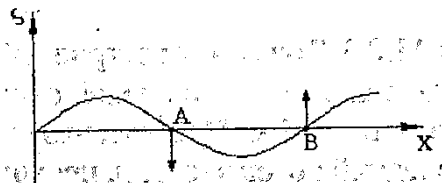
4. Определить длину бегущей волны  $\lambda$ , если расстояние между первым и четвёртым узлами стоячей волны  $\ell = 15$  см.

5. В диэлектрической (немагнитной) среде вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна, электрическая составляющая которой  $E = 50 \cos(3000t - 0,0001x)$  В/м. Найти диэлектрическую проницаемость среды и написать уравнение для магнитной составляющей данной волны.

6. Струна массой  $m = 2$  г закреплена с обоих концов. В ней возбудили колебания основного тона с частотой  $\nu = 20$  Гц и максимальной амплитудой  $A_{\max} = 1$  см. Найти максимальную кинетическую энергию струны.

## Вариант 6

1. Плоская поперечная волна распространяется вдоль оси  $x$ . На рисунке изображена зависимость смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия от  $x$ , а стрелками показаны направления движения этих частиц в точках  $A$  и  $B$ . Указать направление распространения волны.



2. Написать уравнение плоской волны, амплитуда которой  $A = 4$  мм, фазовая скорость  $v = 300$  м/с и волновой вектор  $\vec{k} = (3\vec{i} + 2\vec{j})$  м<sup>-1</sup>.

3. Уравнение сферической волны имеет вид  $\xi = \frac{0,06}{r} \cos\left(100t - 50r + \frac{\pi}{6}\right)$  м. Определить длину этой волны  $\lambda$ , скорость её распространения  $v$  и найти, на каком расстоянии  $r$  от источника волн максимальная скорость колебаний частиц среды  $U_m = 0,3$  м/с.

4. Найти число возможных собственных колебаний столба воздуха в трубе, частоты которых меньше  $\nu_0 = 1250$  Гц, если труба закрыта с одного конца. Длина трубы  $\ell = 85$  см. Скорость звука  $v = 340$  м/с. Считать, что открытые концы трубы являются пучностями смещения, а закрытые – узлами.

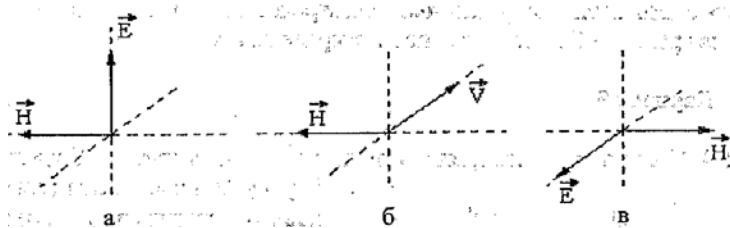
5. При переходе электромагнитной волны с частотой  $\nu = 10$  МГц из вакуума в немагнитную среду скорость её распространения уменьшается в 2 раза. Найти приращение длины волны.

6. В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости

электрического поля волны  $E_m = 100 \text{ В/м}$ . Определить амплитуду напряжённости магнитного поля  $H_m$  в волне и среднюю по времени объёмную плотность энергии волны.

### Вариант 7

1. На рисунке изображены два из трёх векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$  плоской электромагнитной волны. Указать направление недостающего вектора.



2. Уравнение плоской волны имеет вид  $\xi = 0,01 \cos(60t + 7x + 8y) \text{ м}$ . Определить длину волны, скорость распространения волны  $v$  и амплитудное значение скорости смещения частиц среды из положения равновесия.

3. Чему равна интенсивность  $I$  расходящейся сферической волны в непоглощающей среде на расстоянии  $r = 5 \text{ м}$  от источника, если на расстоянии  $r_0 = 10 \text{ Вт/м}^2$  значение интенсивности  $I_0 = 10 \text{ Вт/м}^2$ ?

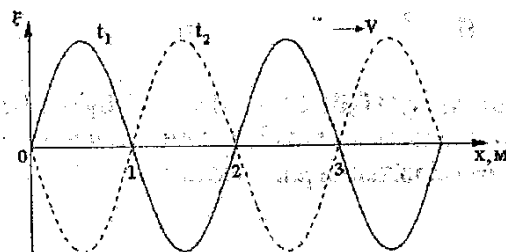
4. Стальная струна длиной  $\ell = 110 \text{ см}$  и диаметром  $d = 1 \text{ мм}$  натянута между полюсами электромагнита. При пропускании по струне переменного тока частотой  $\nu = 50 \text{ Гц}$  на ней установилось 5 полуволн. Найти силу натяжения струны. Плотность стали  $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

5. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна  $E = 160 \cos(\omega t - 0,51x) \text{ В/м}$ . Найти значение напряжённости магнитного поля  $H$  в точке с координатой  $x = 7,7 \text{ м}$  в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 33 \text{ нс}$ .

6. Вычислить энергию электромагнитного излучения, падающего от космического источника на антенну радиотелескопа, настроенного на длину волны  $\lambda = 3 \text{ мм}$ , за время, равное одному периоду колебаний. Амплитуда напряжённости электрического поля в волне  $E_m = 10^{-6} \text{ В/м}$ , а площадь антенны  $S = 10 \text{ м}^2$ .

### Вариант 8

1. Плоская волна распространяется с некоторой скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ . На рисунке изображены зависимости смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия для моментов времени  $t_1 = 2 \text{ с}$  и  $t_2 = 6 \text{ с}$ . Найти длину волны  $\lambda$ , период колебаний частиц  $T$  и скорость волны  $v$ .



2. Уравнение плоской волны имеет вид  $\xi = 0,05 \cos(300t - 30x + 40y) \text{ м}$ . Определить длину волны, скорость распространения и амплитудное значение скорости смещения частиц среды из положения равновесия.

3. Изотропный источник звуковых волн возбуждает в воздухе сферическую волну. Мощность источника  $P = 0,1 \text{ Вт}$ . На каком расстоянии от источника интенсивность волны будет равна  $0,01 \text{ Вт/м}^2$ ?

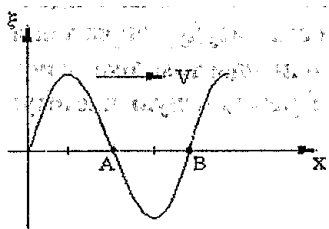
4. Медный стержень длиной  $\ell = 50 \text{ см}$  закреплён в середине. Найти значения собственных частот продольных колебаний стержня в диапазоне от 20 до 50 кГц. Скорость распространения волн  $v = 3,8 \text{ км/с}$ .

5. Распространяющаяся в вакууме плоская электромагнитная волна, описываемая уравнениями  $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx)$ ,  $\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx)$ , отражается от металлической плоскости, расположенной перпендикулярно оси  $x$ . Написать уравнения, описывающие отражённую волну.

6. Плоская электромагнитная волна  $E = 500 \cos(\omega t - kx)$  В/м распространяется в вакууме. Найти средний за период поток энергии, проходящий через плоскую поверхность площадью  $S = 10 \text{ см}^2$ , нормаль к которой образует угол  $\alpha = 30^\circ$  с осью  $x$ .

### Вариант 9

1. Продольная плоская волна распространяется вдоль оси  $x$  с некоторой скоростью  $v$ . На рисунке изображена зависимость скорости смещения частиц среды  $\dot{\xi}$  от  $x$  для некоторого момента времени  $t$ . Качественно изобразить зависимость смещения  $\xi$  и ускорения  $\ddot{\xi}$  от  $x$  для данного момента времени.



2. Уравнение плоской волны имеет вид  $\xi = 0,05 \cos(600t - 10x)$  м. Найти длину волны, скорость распространения волны и амплитуду скорости колебаний частиц среды.

3. Написать уравнение сферической волны, фазовая скорость которой  $v = 400 \text{ м/с}$ , длина волны  $\lambda = 6 \text{ м}$ , а амплитуда скорости колебаний частиц среды на расстоянии  $r_0 = 10 \text{ м}$  от источника волн равна  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ .

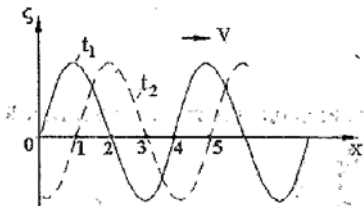
4. Во сколько раз изменится частота основного тона натянутой струны, если её длину уменьшить на 35%?

5. Электромагнитная волна с частотой  $\nu = 3$  МГц переходит из вакуума в немагнитную среду. При этом длина волны уменьшается на 50 см. Найти диэлектрическую проницаемость среды.

6. В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости магнитного поля волны  $H_m = 5 \cdot 10^{-2}$  А/м. Определить амплитуду напряжённости электрического поля волны  $E_m$  и среднюю по времени объёмную плотность энергии волны.

### Вариант 10

1. Плоская волна распространяется с некоторой скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ . На рисунке изображены зависимости смещения частиц среды  $\xi$  из положения равновесия в этой волне для моментов времени  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 5$  с. Используя рисунок, найти длину волны  $\lambda$ , период колебаний частиц среды  $T$  и скорость волны  $v$ .



2. Плоская волна распространяется в направлении оси  $x$ . Длина волны  $\lambda = 6$  м, а частота колебаний частиц среды  $\nu = 50$  Гц. Найти наименьшее расстояние  $\Delta x$  между точками частиц среды, разность фаз колебаний между которыми  $\Delta\varphi = \pi/3$ , и время, за которое волна проходит это расстояние.

3. Изотропный источник возбуждает в воздухе сферическую звуковую волну частотой  $\nu = 3$  кГц. На расстоянии  $r_1 = 10$  м от источника интенсивность волны  $I_1 = 0,5$  Вт/м<sup>2</sup>. Пренебрегая поглощением, определить интенсивность волны  $I_2$  и амплитуду колебаний частиц



среды на расстоянии  $r_2 = 20$  м от источника. Скорость звука в воздухе  $v = 340$  м/с.

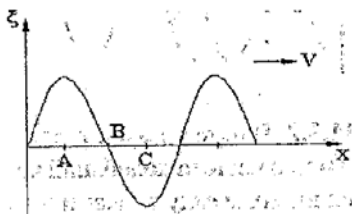
4. На струне длиной 80 см образовалась стоячая волна, причём все точки струны с амплитудой смещения 5 мм отстоят друг от друга на расстояние  $\Delta \ell = 10$  см. Найти максимальную амплитуду смещения.

5. Электромагнитная волна с частотой  $\nu = 2$  МГц переходит из среды с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1 = 2$  в среду с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2 = 4$ . Найти приращение её длины волны, если обе среды являются немагнитными.

6. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна  $E = 600 \cos(\omega t - 3x - 4y)$  В/м. Найти частоту этой волны и средний за период поток энергии, проходящий через плоскую поверхность площадью  $S = 10$  см<sup>2</sup>, расположенную перпендикулярно оси  $x$ .

### Вариант 11

1. Поперечная плоская волна распространяется вдоль оси  $x$  с некоторой скоростью  $v$ . На рисунке изображены величины смещения частиц среды  $\xi$  данной волны для некоторого момента времени  $t$ . Изобразить стрелками направление скорости частиц среды в точках  $A, B, C$ .



2. Уравнение колебаний частиц среды в плоскости  $x = 0$  имеет вид  $\xi = 0,04 \cos 600\pi t$  м. Найти величину смещения из положения равновесия частиц среды  $\xi$ , находящихся на расстоянии  $x = 7,5$  м от плоскости  $x = 0$

для момента времени  $t = 0,1$  с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний  $v = 300$  м/с.

3. Точка М находится на расстоянии  $r = 1,5$  м от точечного изотропного источника звука частотой  $\nu = 600$  Гц, мощность которого  $P = 0,8$  Вт. Найти амплитуду колебаний частиц среды в точке М и сравнить её с длиной волны звука  $\lambda$ . Скорость звука в воздухе  $v = 340$  м/с.

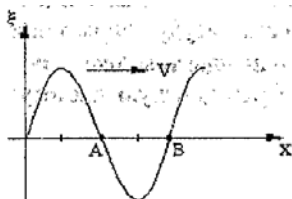
4. На струне длиной 120 см образовалась стоячая волна, причём все точки струны с амплитудой смещения 3,5 мм отстоят друг от друга на 15 см. Найти максимальную амплитуду смещения и обертона, которому соответствуют эти колебания.

5. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, магнитная составляющая которой меняется по закону  $H = 0,3 \cos(\omega t - 0,51x)$  А/м. Найти значение напряжённости электрического поля  $E$  в точке с координатой  $x = 7,7$  м в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 11$  нс.

6. Шар радиусом  $R = 50$  см находится в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 4$ . В среде распространяется плоская электромагнитная волна, длина которой  $\lambda \ll R$  и амплитуда электрической составляющей  $E_m = 200$  В/м. Какая энергия падает на шар за время  $t = 1$  мин?

### Вариант 12

1. Поперечная плоская волна распространяется вдоль оси  $x$  с некоторой скоростью  $v$  (рисунок). Изобразить стрелками, как будут двигаться точки среды А и В.



2. Найти разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний вдоль оси  $x$  на расстояния  $x_1 = 10$  м и  $x_2 = 16$  м. Период колебаний  $T = 0,04$  с, а скорость распространения  $v = 300$  м/с.

3. Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой  $\nu = 1,45$  кГц. На расстоянии  $r_0 = 5$  м от источника амплитуда смещения частиц среды  $A_0 = 50$  мкм. Найти амплитуду колебаний скорости частиц среды в точке Р, находящейся на расстоянии  $r = 10$  м от источника.

4. Две одинаковые струны с частотой колебаний  $\nu = 398$  Гц имеют длину  $\ell = 1$  м. На какую величину  $\Delta l$  надо укоротить одну из струн, чтобы получить биения с частотой  $\Delta\nu = 2$  Гц?

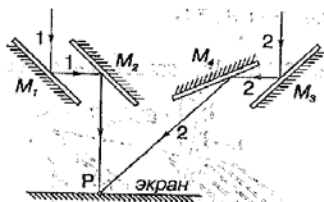
5. В однородной и изотропной среде распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости электрического поля волны  $E_m = 10$  В/м, а магнитного —  $H_m = 46$  мА/м. Магнитная проницаемость среды  $\mu = 1$ . Найти диэлектрическую проницаемость среды  $\varepsilon$ .

6. Определить энергию, которую переносит за время  $t = 1$  мин плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме через площадку  $S = 10$  см<sup>2</sup>, расположенную перпендикулярно распространению волны. Амплитуда напряжённости электрического поля волны  $E_m = 1$  мВ/м, а период  $T \ll t$ .

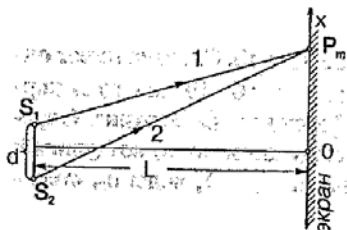
## 7.4. Интерференция света

### Вариант 1

1. Световые волны 1 и 2 когерентны. Они отражаются от зеркал  $M_1, M_2, M_3, M_4$  и интерферируют в точке Р на экране. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз лучей 1 и 2.



2.  $S_1$  и  $S_2$  – точечные когерентные источники белого света. На экране образуется интерференционная картина. Но при этом каждый интерференционный максимум является многоцветным с красным ( $\lambda_{кр} = 0,7 \text{ мкм}$ ) наружным и фиолетовым ( $\lambda_{ф} = 0,4 \text{ мкм}$ ) внутренним краями. Найти ширину максимума, если расстояние между источниками  $d = 4 \text{ мм}$ , а до экрана  $L = 4 \text{ м}$ .



3. На тонкую прозрачную пластинку падают лучи белого света под углом  $i = 45^\circ$ . В отражённом свете пластинка окрашена в зелёный цвет. Что произойдёт с окраской пластины при уменьшении и при увеличении угла падения лучей света?

4. Стекланный клин освещают падающим по нормали синим светом с длиной волны  $\lambda = 0,57 \text{ мкм}$ . В проходящем свете на 1 см длины клина видны 7 синих интерференционных полос. Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , стекла  $n_{ст} = 1,6$ . Определить угол клина.

5. Определить фокусное расстояние стеклянной плосковыпуклой линзы, которая используется для получения «колец Ньютона» в проходящем свете. Пластика сделана из того же стекла. Зазор между линзой и пластинкой запол-

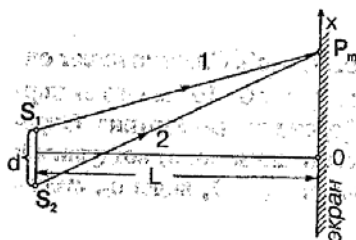
нен водой. Показатели преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,6$ ; воды  $n_{\text{в}} = 1,34$ . Свет длиной волны  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м падает нормально на линзу. Радиус 3-го тёмного кольца равен 1,74 мм.

6. Какая интерференционная картина возникает в интерферометре Майкельсона, если для освещения применяется слегка расходящийся пучок монохроматического света, а зеркала строго параллельны? (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

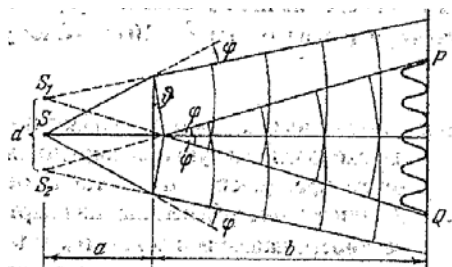
7. Доказать, что у светового вектора  $\vec{E}$  фаза меняется на  $\pi$  при отражении волны от более плотной среды относительно фазы вектора  $\vec{E}$  в падающей волне ( $\vec{\tau}$  и  $\vec{n}$  – тангенциальный и нормальный единичные векторы соответственно).

### Вариант 2

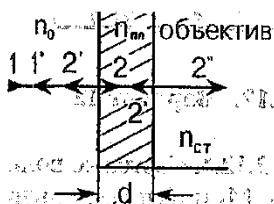
1. Записать выражения для оптической разности хода и разности фаз когерентных волн 1 и 2, испускаемых источниками  $S_1$  и  $S_2$ .



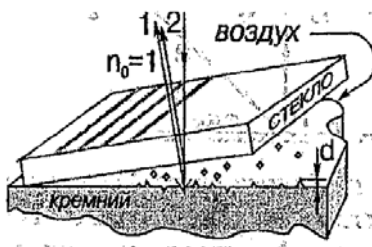
2. В опыте с бипризмой Френеля лучи от источника  $S$  проходят через призму  $B$  и дают на экране  $\mathcal{E}$  интерференционную картину. Расстояние от источника  $S$  до бипризмы  $b = 50$  см, от бипризмы до экрана  $\mathcal{E}$  расстояние  $L = 450$  см. Каков тупой угол  $\theta$  бипризмы, если интерференционные полосы натриевого света длиной волны  $\lambda = 590$  нм отстоят друг от друга на расстояние  $\Delta x = 1,1$  мм? Показатель преломления призмы  $n = 1,578$ .



3. На поверхность стеклянного объектива с показателем преломления  $n_{\text{ст}} = 1,5$  нанесена тонкая плёнка, показатель преломления которой  $n_{\text{пл}} = 1,2$  («просветляющая» плёнка). При какой наименьшей толщине этой плёнки произойдёт максимальное ослабление отражённого света в средней части видимого спектра? Длина волны света  $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-7}$  м, показатель преломления воздуха  $n_0 = 1$ .



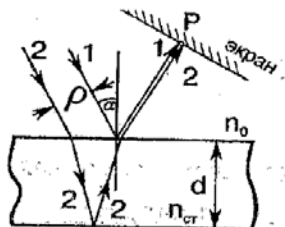
4. Для качественного контроля чистоты обработки поверхности на изучаемый образец (например, кристалл кремния) накладывают стеклянную эталонную пластинку и прижимают с одной стороны. Образуется клин. Какая интерференционная картина возникает, если освещать установку зелёным светом длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм?



5. Двояковыпуклая линза сложена с двояковогнутой. Система имеет оптическую силу  $D = 0,25$  диоптрий. Свет длиной волны  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м падает нормально. В проходящем свете наблюдается интерференционная картина. Определить радиус 5-го тёмного кольца, если зазор между линзами: а) воздушный; б) заполнен водой. Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , воды  $n_b$ , стекла  $n_{ст}$  ( $n_b < n_{ст}$ ).

6. По схеме интерферометра Жамена построены шахтные интерферометры для определения концентрации метана через измерение его показателя преломления. Используется источник света длиной волны  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м. В одной кювете находится чистый воздух с показателем преломления  $n_0 = 1,000276$ , в другой – сначала тот же чистый воздух. Наблюдают интерференционную картину. Затем во второй кювете делают замену на воздух, содержащий метан. Определить его показатель преломления  $n_m$ , если интерференционная картина сместилась на  $N = 12$  полос, а длина кюветы  $\ell = 10$  см. (Схему интерферометра см. в прил. 1).

7. Зелёный свет длиной волны  $\lambda_0 = 540$  нм падает под углом  $i = 10^\circ$  на плоскопараллельную стеклянную пластинку с показателем преломления  $n_{ст} = 1,5$  и отражается от неё. Возникает интерференционная картина. Радиус когерентности падающей волны  $\rho_{ког} = 0,05$  мм. При какой толщине пластинки выполнится условие временной когерентности? Начертить ход лучей.

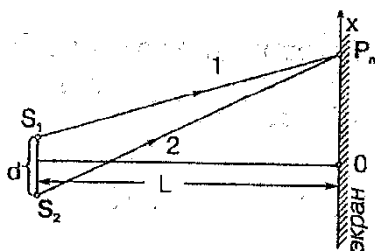


### Вариант 3

1. Записать выражение для оптической разности хода и выражение для разности фаз когерентных волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.



2. В опыте Юнга вначале берётся свет длиной волны  $\lambda = 0,66 \text{ мкм}$ , а затем свет с неизвестной длиной волны  $\lambda_x$ . Какова длина волны  $\lambda_x$ , если 7-я светлая полоса для первой длины волны совпадает с 10-й тёмной полосой для второй длины волны?

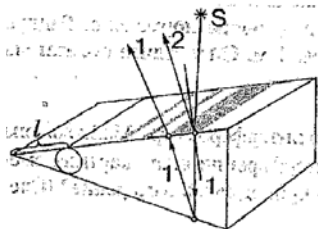


3. Плоскопараллельная пластинка освещается белым светом, а рассматривается в отражённом свете под углом  $30^\circ$ . При этом она кажется синей. Длина волны синего света равна  $\lambda = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Показатели преломления пластинки  $n_{\text{пл}} = 1,4$ , а воздуха  $n_0 = 1$ . Определить минимальную толщину плёнки.

4. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволоку. Проволока находится на расстоянии  $7,5 \text{ см}$  от линии соприкосновения пластинок и параллельна ей. В отражённом свете на верхней пластинке видны интерференционные



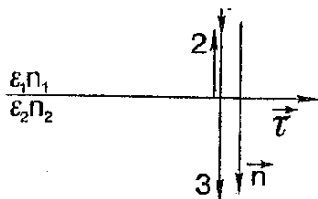
полосы. Определить толщину проволоочки, если на длине клина в 3 см насчитывается 16 полос. Длина волны света  $\lambda = 0,5$  мкм.



5. Линза из кронгласа лежит на плоскопараллельной пластинке из флингласа. Пространство между ними заполнено бензолом. Свет длиной волны  $\lambda = 590$  нм падает на линзу нормально. При наблюдении в отражённом свете радиус 6-го светлого кольца равен 5 мм. Определить радиус кривизны линзы. Показатели преломления бензола  $n_6 = 1,6$ , кронгласа  $n_k = 1,51$ , флингласа  $n_f = 1,8$ .

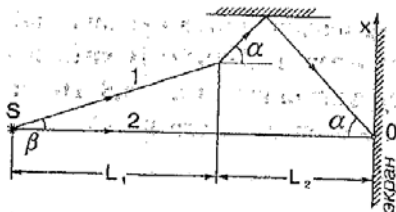
6. В интерферометре Жамена при измерениях интерференционная картина сместилась на  $N = 1$  полосу. На сколько изменился путь интерферирующих лучей? (Схему интерферометра см. в прил. 1).

7. Определить изменение фазы вектора  $\vec{E}$  в волне, отражённой от оптически более плотной среды относительно вектора  $\vec{E}$  в падающей волне ( $\vec{\tau}$  и  $\vec{n}$  – тангенциальный и нормальный единичные векторы соответственно).

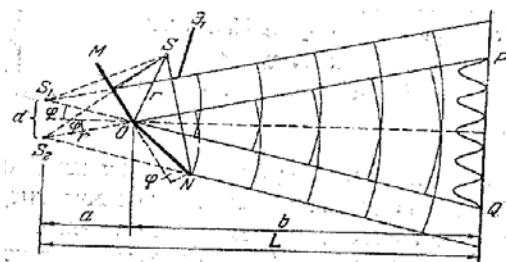


### Вариант 4

1. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз когерентных волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.



2. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно  $d = 0,5$  мм, а от источников до экрана  $L = 5$  м. В жёлтом свете ширина интерференционных полос равна 6 мм. Определить длину волны жёлтого света.



3. На плоскопараллельную плёнку с показателем преломления  $n_{пл} = 1,33$  под углом  $i = 45^\circ$  падает параллельный пучок белого света. Определить, при какой наименьшей толщине зеркально отражённый свет наиболее сильно окрасится в жёлтый свет? Длина волны жёлтого света  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м.

4. Воздушный клин образован двумя стеклянными пластинками, скреплёнными под углом  $\alpha$ . На клин нормально падает свет с длиной волны  $\lambda = 0,53$  мкм. На поверхности клина видны в отражённом свете интерференционные полосы. Ширина полосы 2 мм. Как изменится интерференци-

онная картина, если пространство между пластинками заполнить водой? Как изменится ширина полосы? Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , воды  $n_в = 1,33$ , стекла  $n_{ст} = 1,87$ .

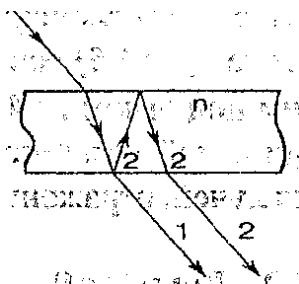
5. Для определения показателя преломления прозрачной жидкости ею заполняют зазор между пластинкой и линзой и наблюдают «кольца Ньютона» в проходящем свете длиной волны  $\lambda = 570$  нм, падающем нормально. Радиус 4-го светлого кольца 1,3 мм, радиус линзы 1 м. Определить показатель преломления жидкости  $n_{ж}$ .

6. В одном из опытов подвижное зеркало в интерферометре Майкельсона переместили на  $\ell = 2,4 \cdot 10^{-2}$  мм. При этом интерференционная картина сместилась на  $N = 80$  полос. На какой длине волны проводилось измерение? (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

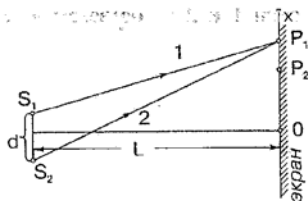
7. В интерферометре Майкельсона при использовании света двойной жёлтой линии с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм при поступательном перемещении одного из зеркал интерференционная картина периодически исчезала. Почему? Найти перемещение зеркала между двумя последовательными исчезновениями. (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

### Вариант 5

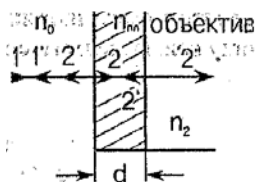
1. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз когерентных волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.



2. Определить расстояние между когерентными источниками в опыте Юнга, если экран удалён от источников на расстояние 1 м, ширина интерференционной полосы на экране равна  $2,7 \cdot 10^{-5}$  м. В опыте использован свет длиной волны  $\lambda = 5,8 \cdot 10^{-7}$  м, показатель преломления воздуха  $n_0 = 1$ .



3. На объектив фотоаппарата для «просветления» наносят плёнку толщиной  $d = 0,11$  мкм так, что свет длиной волны  $\lambda = 6,3 \cdot 10^{-7}$  м, падающий под углом  $0^\circ$  и отражённый от поверхности плёнки, имеет минимальную интенсивность (нет отражённого луча). Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , плёнки  $n_{\text{пл}}$ , объектива  $n_2$  ( $n_0 < n_{\text{пл}} < n_2$ ). Определить показатель преломления плёнки  $n_{\text{пл}}$ .



4. На очень тонкую клиновидную пластинку нормально падает свет длиной волны  $\lambda = 580$  нм. В отражённом свете наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между соседними тёмными полосами  $\ell = 5$  мм, а показатель преломления пластинки  $n = 1,5$ . Найти угол между гранями пластинки.

5. При наблюдении колец Ньютона в отражённом синем свете длиной волны  $\lambda = 450$  нм радиус третьего светлого кольца оказался равным 1,06 мм, а в красном

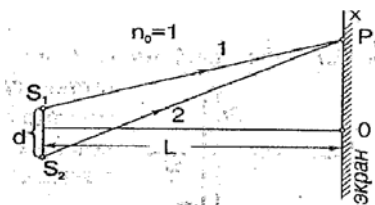
свете радиус 5-го светлого кольца 1,77 мм. Найти радиус кривизны линзы  $R$  и длину волны красного света  $\lambda_{\text{кр}}$ .

6. Какая интерференционная картина возникает в интерферометре Майкельсона, если для освещения применяется строго параллельный пучок монохроматического света, а зеркала образуют очень малый угол. (Схему интерферометра см. в прил. 2а и 2б).

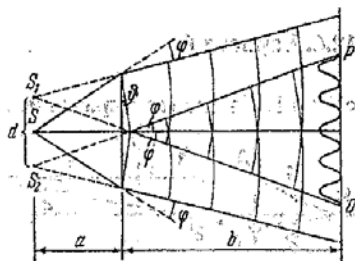
7. Плоскопараллельная стеклянная пластинка (показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,5$ ) освещается зелёным светом длиной волны  $\lambda_0 = 570$  нм, падающим под углом  $i = 45^\circ$ . Радиус когерентности в падающей волне  $\rho_{\text{ког}} = 0,05$  мм. При какой толщине пластинки выполнится условие временной когерентности для лучей, отражённых от поверхностей пластинки? Начертить ход лучей.

### Вариант 6

1. Когерентные волны от источников  $S_1$  и  $S_2$  создают на экране Э интерференционную картину. Точка  $P_1$  соответствует максимуму  $m$ -порядка. Длина волны  $\lambda$ , расстояние от плоскости, в которой расположены источники, до экрана  $L$ , между источниками  $d$  ( $d \ll L$ ). Записать выражение для оптической разности хода волн и разности фаз волн 1 и 2.



2. Расстояние от бипризмы Френеля до узкой щели (источника) равно 30 см, а до экрана 1,5 см. Бипризма стеклянная. Показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,5$ . Преломляющий угол призмы  $20'$ . Определить длину волны света, если ширина интерференционных полос 0,65 мм.

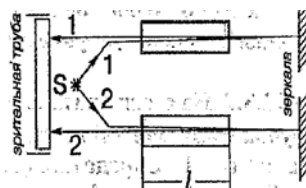


3. Мыльная плёнка имеет толщину  $d$ , составляющую 0,1 от длины волны падающего света. Тёмной или светлой будет она в отражённом свете? Плёнка находится в воздухе.

4. Свет длиной волны  $\lambda = 5,82 \cdot 10^{-7}$  м падает нормально на стеклянный клин. Угол клина равен  $20''$ . Какое число тёмных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,5$ . Интерференция наблюдается в проходящем свете.

5. Найти расстояние  $\ell$  между 20-м и 21-м кольцами Ньютона, если расстояние между 2-м и 3-м равно 1 мм. Тёмные кольца наблюдаются в отражённом свете. Как изменится расстояние между кольцами, если между линзой и пластиной поместить жидкость с показателем преломления  $n_{\text{ж}} = 1,3$ ?

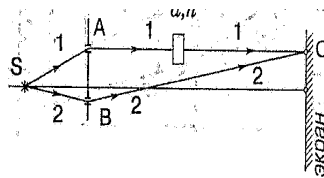
6. На пути лучей в интерферометре Майкельсона поместили откачанные стеклянные трубки длиной 14 см. При заполнении одной трубки аммиаком интерференционная картина сместилась на  $N = 180$  полос. Длина волны света  $\lambda = 590$  нм. Найти показатель преломления аммиака  $n_{\text{ам}}$ . (Схему интерферометра см. в прил. 2а).



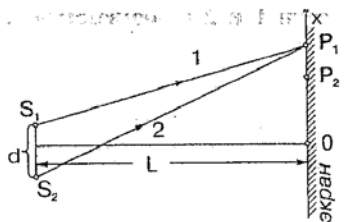
7. Доказать, что для световой волны, прошедшей из оптически более плотной среды в менее плотную, фаза вектора  $\vec{E}$  не меняется относительно фазы вектора  $\vec{E}$  в падающей волне ( $\vec{\tau}$  и  $\vec{n}$  – тангенциальный и нормальный единичные векторы соответственно).

### Вариант 7

1. Написать выражение для оптической разности хода и выражение для разности фаз когерентных волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.

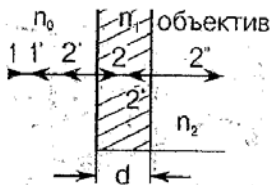


2. Когерентные волны от источников  $S_1$  и  $S_2$  создают на экране Э интерференционную картину. Точка  $P_1$  соответствует максимуму  $m$ -порядка,  $P_2$  – максимуму  $(m - 1)$ -порядка. Длина волны  $\lambda$ , расстояние от плоскости, в которой расположены источники, до экрана  $L$ , между источниками  $d$  ( $d \ll L$ ). Записать выражение для оптической разности хода волн и условие максимума интерференции соответственно для точек  $P_1$  и  $P_2$ .



3. Для какого спектрального интервала (для каких длин волн  $\lambda$ ) подойдёт «просветляющая» плёнка толщиной  $d = 0,1$  мкм, нанесённая на фотообъектив? Плёнка нужна для уменьшения потерь при отражении лучей от

объектива. (Это возможно в результате интерференции лучей 1 и 2, отражённых от поверхности плёнки). Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , плёнки  $n_1 = 1,31$  и объектива  $n_2 = 1,53$ .



4. Тонкая клиновидная пластинка из стекла с показателем преломления  $n_{\text{ст}} = 1,5$  рассматривается в проходящем свете длиной волны  $\lambda = 570$  нм, падающем на неё нормально. Рассчитать угол клина, если интерференционные полосы расположены на расстоянии 0,5 мм.

5. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой налита жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус 8-го тёмного кольца в отражённом свете длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм равен 2 мм. Радиус линзы  $R_{\text{л}} = 1$  м.

6. Интерферометр Майкельсона освещается светом длиной волны  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м. Определить перемещение одного из зеркал, если интерференционная картина сместилась на  $N = 16$  полос. (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

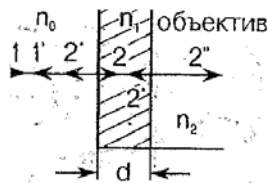
7. Звезда, наблюдаемая в интерферометре Майкельсона, имела угловой диаметр  $0,02''$  при радиусе когерентности лучей  $\rho_{\text{ког}} = 6$  м. На какой длине волны проводились измерения? (Схему интерферометра см. в прил. 3).

### Вариант 8

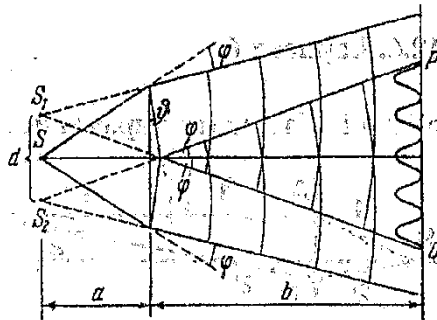
1. На объектив фотоаппарата нанесена плёнка толщиной  $d$  с показателем преломления  $n_1 > n_2$  стекла. За-



пишите выражение для оптической разности хода и разности фаз волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.



2. В опыте с бипризмой Френеля лучи от источника  $S$  проходят через бипризму и создают на экране интерференционную картину. Выразить расстояние  $OP$  от центра интерференционной картины до  $m$ -й светлой полосы через  $a$  (расстояние от источника до бипризмы) и  $b$  (расстояние от бипризмы до экрана). Показатель преломления бипризмы  $n$ , её преломляющий угол  $\alpha$ ; длина волны  $\lambda$ . Интерферирующие лучи падают на экран почти перпендикулярно ему.



3. Тонкая прозрачная пластинка освещается светом с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм и рассматривается в отражённом свете. Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , пластинки  $n_{пл} = 1,6$ . В каких пределах может меняться толщина пластинки, чтобы можно было наблюдать максимум 12-го порядка?

4. Между двумя стеклянными пластинками (показатель преломления стекла  $n_{ст} = 1,8$ ) положили тонкую про-

волочку так, что получился воздушный клин. В отражённом свете (длина волны света  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ) на верхней пластинке видны интерференционные полосы. На расстоянии  $\ell = 3 \text{ см}$  укладывается  $N = 16$  полос. Если же пространство между пластинками заполнить сероуглеродом (показатель преломления сероуглерода  $n_c = 1,6$ ), то сколько полос уложится на 3 см длины клина?

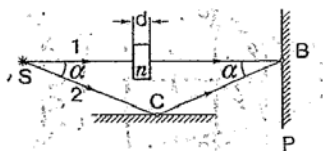
5. В результате интерференции лучей, отражённых от выпуклой поверхности линзы и от плоской стеклянной пластинки, на которой эта линза лежит, наблюдаются кольца Ньютона. При наблюдении колец в отражённом свете в центре картины получается тёмное пятно. Определить радиусы светлых колец. Как изменится картина колец, если пространство между пластинкой и линзой заполнить жидкостью? Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , стекла  $n_{\text{ст}}$ , жидкости  $n_{\text{ж}}$  ( $n_{\text{ж}} < n_{\text{ст}}$ ).

6. Изображена схема двухлучевого интерферометра Майкельсона. Почему при поступательном перемещении подвижного зеркала интерференционная картина периодически исчезала? (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

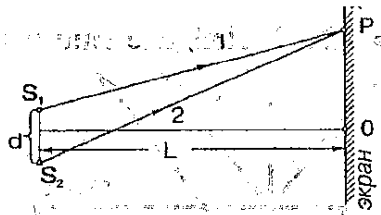
7. Зелёный свет с  $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  падает под углом  $i = 10^\circ$  на плоскопараллельную стеклянную пластинку с показателем преломления  $n_{\text{ст}} = 1,5$  и отражается от её поверхностей. Радиус когерентности  $\rho_{\text{ког}} = 0,05 \text{ мм}$ . При какой толщине пластинки выполнится условие пространственной когерентности лучей? Начертить ход лучей.

### Вариант 9

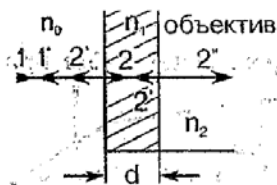
1. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз волн 1 и 2 в соответствии с рисунком.



2. В опыте Юнга расстояние между щелями  $d = 1$  мм, а от щелей до экрана  $L = 3$  м. Определить положение первой светлой полосы, если щели освещают монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м.



3. На объектив фотоаппарата нанесена плёнка. Зелёный свет длиной волны  $\lambda_3 = 570$  нм падает на объектив нормально. При какой минимальной толщине плёнки  $d$  потери на отражение (лучи 1 и 2) будут максимальны? Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , плёнки  $n_1 = 1,3$ , объектива  $n_2 = 1,87$ .

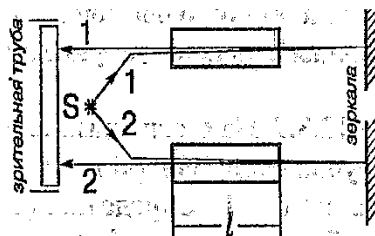


4. Очень тонкий стеклянный клин вырезан из флинта. Угол клина  $\alpha = 9''$ . На клин падает нормально синий свет длиной волны  $\lambda = 570$  нм, а интерференционная картина рассматривается в проходящем свете. Синие соседние полосы располагаются на расстоянии 5 мм. Определить показатель преломления флинта.

5. Линза с радиусом кривизны  $R = 8,6$  м лежит на плоской стеклянной пластинке. Свет длиной волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м падает на линзу нормально. Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , стекла  $n_{ст} = 1,5$ . Опреде-

лить диаметр 4-го тёмного кольца (центральное – тёмное).

6. Интерферометр Майкельсона был применён для определения показателя преломления водорода. Для этого в оба пучка света поместили цилиндрические трубки длиной  $\ell = 10$  см, закрытые с торцов прозрачными плоскопараллельными пластинками. Вначале из трубок был выкачан воздух, потом в одну из них впустили водород. Интерференционная картина сместилась на  $N = 41$  полосу. Показатель преломления водорода получился равным 1,00012. На какой длине волны проводились измерения? (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

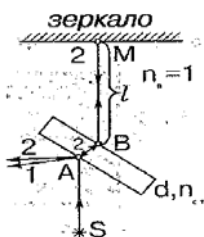


7. Определить изменение фазы светового вектора  $\vec{E}$  у волны, прошедшей из оптически более плотной среды в менее плотную, относительно фазы вектора  $\vec{E}$  в падающей волне ( $\vec{\tau}$  и  $\vec{n}$  – тангенциальный и нормальный единичные векторы соответственно).

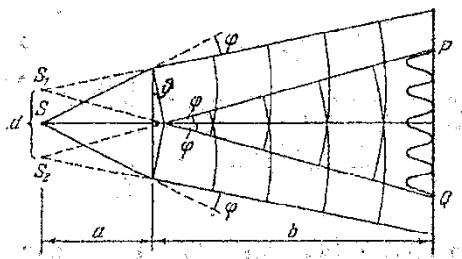
### Вариант 10

1. Луч света идёт от источника  $S$  и в точке  $A$  делится на луч 1, отражённый от стеклянной пластинки, и луч 2, проходящий эту пластинку по пути  $AB$ , идущий дальше до зеркала  $M$ , отражающийся от него, снова проходящий стеклянную пластинку и выходящий из неё. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз

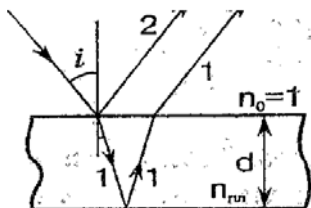
лучей 1 и 2 (от момента разделения в точке  $A$  до момента сложения в точке  $A$ ). Показатели преломления воздуха  $n_0 = 1$ , стекла  $n_{\text{ст}}$ , зеркала  $n_3$ .



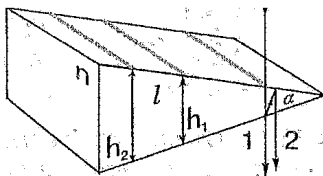
2. Расстояние от бипризмы Френеля до узкой щели (источника) равно 48 см, а до экрана 6 м. Бипризма стеклянная с преломляющим углом  $10'$ . Показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,5$ . Длина волны света  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м. Определить ширину интерференционной полосы.



3. Найти минимальную толщину плёнки с показателем преломления  $n_{\text{пл}} = 1,33$ , при которой свет с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм испытывает максимальное отражение. Угол падения света  $i = 30^\circ$ .



4. На очень тонкой клиновидной пластинке в проходящем свете при нормальном падении наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между полосами  $\ell = 3 \text{ мм}$ , длина волны света  $\lambda = 580 \text{ нм}$ , показатель преломления пластинки  $n = 1,5$ . Найти угол клина  $\alpha$ .



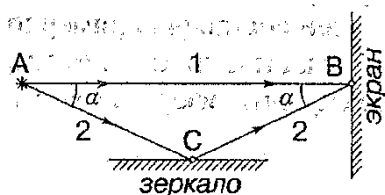
5. Найти радиус первого тёмного кольца Ньютона, если между линзой и пластинкой налит бензол. Показатели преломления линзы и пластинки одинаковы  $n_{\text{ст}} = 1,8$ , бензола  $n = 1,5$ , свет длиной волны  $\lambda = 589 \text{ нм}$  падает нормально. Наблюдение проводится в отражённом свете.

6. В одном из опытов Майкельсона по измерению скорости света оптическая разность хода лучей при многократном отражении от зеркал получилась  $11 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ . При этом интерференционная картина сместилась на 0,4 полосы. (Прибор позволял обнаружить смещение на 0,01 полосы). Определить длину волны  $\lambda$ , используемую в опыте. (Схему интерферометра см. в прил. 2а).

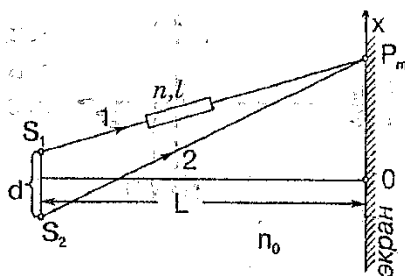
7. На стеклянный клин (показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,5$ ) падает пучок света длиной волны  $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$  под углом  $i = 15^\circ$ . Угол при вершине клина  $\alpha = 1'$ . Определить расстояние между двумя соседними минимумами при наблюдении интерференции в отражённом свете. Рассчитать расстояние от вершины клина, при котором интерференционные полосы начнут исчезать, если степень немонохроматичности  $\Delta\lambda/\lambda = 0,01$ .

## Вариант 11

1. Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз когерентных волн 1 и 2.

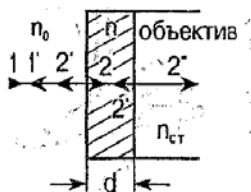


2. В установке Юнга на пути одного из лучей расположена трубка с плосконаправленными стеклянными основаниями и длиной  $\ell$ . На экране наблюдается интерференционная картина, когда эта трубка наполнена воздухом. Затем трубку наполняют гелием. При этом наблюдается смещение интерференционной картины на  $N = 30$  полос. Вся установка помещена в термостат. В опыте используется свет с длиной волны  $\lambda = 589$  нм (линия Д-натрия). Показатели преломления воздуха  $n_{\text{в}} = 1,000276$  и гелия  $n_{\text{He}} = 1,000865$ . Определить длину трубки.



3. Пластинку покрывают «просветляющей» плёнкой и за счёт лучей, отражённых от обеих поверхностей плёнки, уменьшают отражённый от пластинки поток света. Длина волны света  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м, показатели преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,58$ , а воздуха  $n_0 = 1$ . Рассчитать пока-

затель преломления плёнки  $n$ , если её толщина составляет  $d = 0,1$  мкм.



4. На изображении натриевого пламени (длина волны света  $\lambda = 589$  нм) через вертикальную мыльную плёнку видны тёмные горизонтальные полосы. Расстояние между серединами тёмных соседних полос  $\ell = 5$  мм. Показатель преломления плёнки  $n = 1,33$ . Каков угол между поверхностями плёнки?

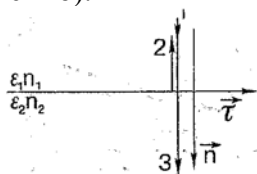
5. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $R = 40$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отражённом свете радиус  $m$ -порядка тёмного кольца  $r = 2,5$  мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на  $\Delta h = 10$  мкм. Каким стал радиус этого кольца?

6. В 1885 г. Майкельсон выполнил знаменитый опыт, вошедший в историю физики. Он произвёл сравнение длины волны одной из линий кадмия с длиной нормального метра (эталона). Пучок параллельных лучей монохроматического света создавал в интерферометре интерференционную картину. Угол  $\alpha$  между зеркалами небольшой, разность хода лучей составила примерно 500000 длин волн, а толщина «прозрачной воздушной пластинки»  $d = 170$  мм. Определить длину волны, используемую в опыте. (Схему интерферометра см. в прил. 2а и 2б).

7. Доказать, что при отражении световой волны от среды оптически менее плотной у вектора  $\vec{E}$  не изменяется фаза относительно фазы вектора  $\vec{E}$  в падающей вол-

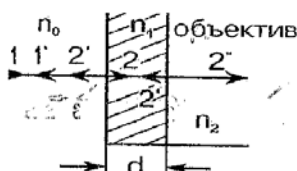


не ( $\vec{\tau}$  и  $\vec{n}$  – тангенциальный и нормальный единичные векторы соответственно).

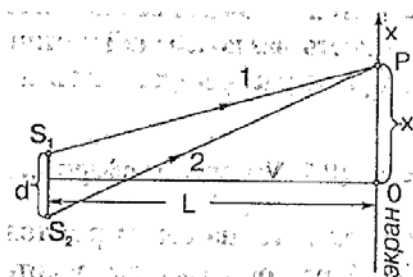


### Вариант 12

1. На объектив фотоаппарата нанесена плёнка толщиной  $d$  с показателем преломления  $n_1$  ( $n_2 > n_1 > n_0$ ). Записать выражение для оптической разности хода и разности фаз лучей 1 и 2, отражённых от поверхностей плёнки.



2. Два когерентных источника, расстояние между которыми  $d = 0,2$  мм, расположены от экрана на расстоянии  $L = 1,5$  м. Найти длину световой волны, если 3-й интерференционный минимум расположен на расстоянии  $x = 12,6$  мм от центра картины.



3. Какова наименьшая возможная толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления

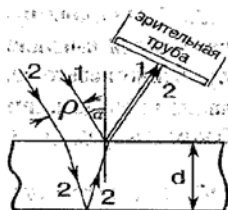
$n = 1,5$ , если при освещении её белым светом под углами  $i_1 = 45^\circ$  и  $i = 60^\circ$  она кажется красной в отражённом свете. Длина волны красного света  $\lambda_{\text{кр}} = 0,74 \text{ мкм}$ .

4. Сколько зелёных полос уложится на 2 см поверхности стеклянного клина (показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,6$ ), если свет длиной волны  $\lambda = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  падает на клин нормально, а интерференционная картина рассматривается в проходящем свете? Угол клина  $\alpha = 24''$ .

5. Для определения показателя преломления прозрачной жидкости методом измерения «колец Ньютона» применяют линзу радиусом  $R = 0,7 \text{ м}$  и стеклянную пластинку. Зазор заполняют изучаемой жидкостью. Показатели преломления линзы  $n_{\text{л}}$ , пластинки  $n$ . Опыт проведён в проходящем свете длиной волны  $\lambda = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  (зелёный). Угол падения  $0^\circ$ . Радиус 5-го светлого кольца 1,2 мм. Определить показатель преломления жидкости  $n_{\text{ж}}$ .

6. На пути одного из лучей в интерферометре Жаме-на поместили откачанную трубку длиной  $\ell = 10 \text{ см}$ . При заполнении трубки хлором интерференционная картина сместилась на 131 полосу. Длина волны монохроматического света в этом опыте была равна  $5,9 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Определить показатель преломления хлора  $n_{\text{хлора}}$ . (Схему интерферометра см. в прил. 1).

7. При каких показателях толщины  $d$  плёнки исчезают интерференционные полосы при освещении её светом с  $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ? Показатель преломления плёнки  $n = 1,5$ . Угол падения лучей  $45^\circ$ .



## 7.5. Дифракция света

### *Вариант 1*

1. Наблюдается дифракция Фраунгофера на одной щели при освещении её нормально падающим монохроматическим светом. Как изменится дифракционная картина, если: а) увеличить ширину щели; б) увеличить длину волны?

2. Плоская монохроматическая волна падает нормально на круглое отверстие в непрозрачном экране. Определить, во сколько раз радиус первой зоны Френеля меньше радиуса пятой зоны Френеля.

3. Монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм падает на щель шириной  $b$  под углом  $\theta = 30^\circ$  к её нормали. Угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального фраунгоферова максимума, равно соответственно  $27^\circ$  и  $33^\circ$ . Определить ширину щели.

4. На дифракционную решётку нормально падает свет от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия длиной волны  $\lambda_{\text{кр}} = 6,7 \cdot 10^{-5}$  см спектра второго порядка?

5. Свет, содержащий две спектральные линии с длинами волн  $\lambda_1 = 600,00$  нм и  $\lambda_2 = 600,05$  нм, падает нормально на дифракционную решётку длиной 10 мм. Под некоторым углом дифракции  $\theta$  эти линии оказались на пределе разрешения (по критерию Рэлея). Найти этот угол.

### *Вариант 2*

1. Изобразить векторные диаграммы при дифракции Френеля на круглом отверстии и дифракции Фраунгофе-

ра на щели, если в отверстиях укладываются две зоны Френеля.

2. На круглое отверстие в непрозрачном экране нормально падает монохроматический свет. Во сколько раз максимальное расстояние от отверстия до экрана наблюдения  $L_1$ , при котором в центре дифракционной картины наблюдается тёмное пятно для длины волны  $\lambda_1 = 600$  нм, отличается от расстояния  $L_2$  для света длиной волны  $\lambda_2 = 700$  нм?

3. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Длина волны укладывается в ширине щели 6 раз. Под каким углом будет наблюдаться дифракционный минимум третьего порядка?

4. На дифракционную решётку нормально падает свет от разрядной трубки, наполненной гелием. Сначала зрительная труба устанавливается на фиолетовые линии длиной волны  $\lambda = 3,89 \cdot 10^{-5}$  см по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчёты по лимбу вправо от нулевого деления дали  $27^\circ 33'$  и  $36^\circ 27'$  соответственно. После этого зрительная труба устанавливается на красные линии по обе стороны от центральной полосы в спектре 1-го порядка. Отсчёты по лимбу вправо от нулевого деления дали  $23^\circ 54'$  и  $40^\circ 6'$  соответственно. Найти длину волны красной линии спектра He.

5. Чему равна постоянная дифракционной решётки, если эта решётка может разрешить в первом порядке линии спектра калия длинами волн  $\lambda_1 = 404,4$  нм и  $\lambda_2 = 404,7$  нм. Длина дифракционной решётки 3 см.

### ***Вариант 3***

1. Монохроматическая волна интенсивностью  $I_0$  падает на непрозрачный экран с круглым отверстием, которое открывает только внутреннюю половину 1-й зоны

Френеля. Какова будет интенсивность света  $I$  в центре дифракционной картины? Поясните с помощью векторной диаграммы.

2. На круглое отверстие в непрозрачном экране нормально падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda_1 = 700$  нм. Радиус пятой зоны Френеля равен  $r_1 = 1,0$  мм. Найти радиус пятой зоны Френеля при освещении светом длиной волны  $\lambda_2 = 500$  нм.

3. На щель шириной 0,10 мм нормально падает параллельный пучок света длиной волны  $\lambda = 0,60$  мкм. Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $L = 1,0$  м.

4. Свет длиной волны  $\lambda = 535$  нм падает нормально на дифракционную решётку. Найти её период, если один из дифракционных максимумов виден под углом  $35^\circ$ , а наибольший порядок максимумов равен 5.

5. Свет падает нормально на дифракционную решётку длиной 6,5 см, имеющую 200 штрихов на 1 мм. Исследуемый спектр содержит спектральную линию длиной волны  $\lambda = 670,8$  нм, которая состоит из двух компонент, отличающихся на  $\delta\lambda = 0,015$  нм. Найти, в каком порядке эти компоненты будут разрешены.

#### **Вариант 4**

1. На дифракционную решётку нормально падает монохроматический свет. Как изменится дифракционная картина, если уменьшить постоянную решётки за счёт уменьшения ширины щели, не изменяя общего числа щелей?

2. Плоская монохроматическая волна падает нормально на круглое отверстие в непрозрачном экране. Радиус 3-й зоны Френеля равен 2,0 мм. Какой должен быть

наименьший радиус отверстия, чтобы в центре дифракционной картины наблюдалось тёмное пятно?

3. На узкую щель шириной 2 мкм нормально падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 589$  нм. Определить наибольший порядок минимума, даваемого этой щелью.

4. На дифракционную решётку, содержащую 500 штрихов на 1 см, падает нормально белый свет. Экран наблюдения находится на расстоянии  $L = 2,0$  м. Найти ширину спектра 1-го порядка, считая длины волн крайних видимых лучей  $\lambda_1 = 770$  нм и  $\lambda_2 = 380$  нм.

5. Для какой длины волны дифракционная решётка с постоянной  $d = 5$  мкм имеет угловую дисперсию  $D = 6,3 \cdot 10^5$  рад/м в спектре 3-го порядка?

### **Вариант 5**

1. Какова интенсивность света  $I$  в центре дифракционной картины от круглого непрозрачного экрана, если он закрывает первую зону Френеля? Интенсивность света в отсутствие экрана равна  $I_0$ .

2. Плоская монохроматическая волна падает на круглое отверстие в непрозрачном экране. Определить отношение радиусов первых трёх зон Френеля.

3. На узкую щель нормально падает монохроматический свет. Чему равна ширина щели, выраженная в длинах волн, если минимум 2-го порядка виден под углом  $10^\circ$ ?

4. На дифракционную решётку с постоянной  $d = 2,0$  мкм нормально падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 589$  нм. Найти наибольший порядок спектра для этой длины волны.

5. При нормальном падении света на решётку длиной  $\ell = 2,0$  см на экране, отстоящем от решётки на расстоянии  $L = 1,0$  м, получена дифракционная картина. Опре-

делить разрешающую способность и линейную дисперсию решётки для света длиной волны  $\lambda = 630 \text{ нм}$ , если максимум 3-го порядка виден под углом  $\varphi = 20^\circ$ .

### **Вариант 6**

1. Решётка освещается падающим нормально монохроматическим светом. Как изменится дифракционная картина, если увеличить постоянную решётки, увеличив ширину щели? Общее число штрихов остаётся неизменным.

2. Плоская монохроматическая волна падает нормально на круглое отверстие. Радиус 3-й зоны Френеля  $r = 2,0 \text{ мм}$ . Определить радиус 20-й зоны Френеля.

3. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света укладывается в щели 8 раз. Какова ширина центрального максимума в дифракционной картине на экране, находящемся от щели на расстоянии  $L = 1,0 \text{ м}$ .

4. На дифракционную решётку с постоянной  $d = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}$  падает нормально монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 589 \text{ нм}$ . Под каким углом наблюдается последний максимум?

5. На дифракционную решётку длиной  $\ell = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , имеющую 300 штрихов на 1 мм, падает нормально свет. Исследуемый спектр содержит спектральную линию длиной  $\lambda = 670,8 \text{ нм}$ , которая состоит из двух компонент, отличающихся на  $\delta\lambda = 0,015 \text{ нм}$ . Будет ли разрешён дуплет в области длины волны  $\lambda = 670 \text{ нм}$ ?

### **Вариант 7**

1. Наблюдается дифракция Френеля на круглом отверстии в непрозрачном экране. Как зависит число зон Френеля от длины падающей волны?

2. На круглое отверстие  $r = 1,0$  мм падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 5100 \text{ \AA}$ . Сколько раз будет наблюдаться ослабление света при перемещении экрана с расстояния  $L_1 = 1,0$  м до  $L_2 = 2,0$  м?

3. Монохроматический свет длиной волны  $\lambda$  падает на щель шириной  $b = 12$  мкм под углом  $\theta = 30^\circ$  к нормали. Один из минимумов 1-го порядка, расположенный относительно центрального фраунгоферова максимума, наблюдается под наименьшим углом  $27^\circ$ . Определить длину волны падающего света.

4. Определить, сколько штрихов на 1 мм имеет дифракционная решётка, дающая 11 максимумов при нормальном падении на неё монохроматического света длиной волны  $\lambda = 600$  нм.

5. При нормальном падении света на дифракционную решётку длиной 10 мм обнаружено, что компоненты жёлтой линии натрия длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм оказываются разрешёнными, начиная с 5-го порядка спектра. Определить период решётки. При какой длине решётки с таким же периодом можно разрешить в 3-м порядке дублет спектральной линии  $\lambda = 460$  нм, компоненты которого отличаются на 0,13 нм?

### **Вариант 8**

1. Какова интенсивность света  $I$  в центре дифракционной картины от круглого отверстия в непрозрачном экране, которое открывает только первую зону Френеля? Пояснить с помощью векторной диаграммы. Интенсивность падающего света  $I_0$ .

2. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина от круглого отверстия, находится на расстоянии  $L = 1,0$  м. При этом в отверстии укладывается 5 зон Френеля. На сколько сантиметров надо передвинуть



нута экран наблюдения, чтобы в отверстии укладывалось 3 зоны Френеля?

3. Монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 0,50$  мкм падает на щель шириной  $b = 10$  мкм под углом  $\theta = 30^\circ$  к её нормали. Найти угловое положение максимумов 1-го порядка, расположенных по обе стороны от центрального френгофорова максимума.

4. На дифракционную решётку нормально падает параллельный пучок света длиной  $\lambda = 520$  нм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, удалён от решётки на расстояние  $L = 1,0$  м. Определить, сколько максимумов даёт решётка, если расстояние между максимумами 1-го порядка равно  $\ell = 20,2$  см. Под каким углом виден последний максимум?

5. Показать, что при нормальном падении света на дифракционную решётку максимальная величина её разрешающей способности не может превышать значения  $\ell/\lambda$ , где  $\ell$  – длина решётки;  $\lambda$  – длина волны света.

### **Вариант 9**

1. Какова интенсивность света  $I$  в центре дифракционной картины от круглого отверстия в непрозрачном экране, если открыта верхняя половина 1-й зоны Френеля? Интенсивность падающего света  $I_0$ .

2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $L$  от круглого диска, закрывающего 4 зоны Френеля. Если экран поместить на расстояние  $L_1 = 1,0$  м, то число зон Френеля увеличится в 2 раза. Найти расстояние  $L$ .

3. На щель шириной  $6\lambda$  падает под углом  $\theta = 30^\circ$  параллельный пучок монохроматического света. Под какими углами будут наблюдаться дифракционные минимумы 2-го порядка относительно центрального френгофорова максимума?

4. На дифракционную решётку нормально падает параллельный пучок света. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решётки, чтобы под углом  $\varphi = 32^\circ$  совпадали максимумы двух волн длинами  $\lambda_1 = 616 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 440 \text{ нм}$ ?

5. Свет длиной волны  $\lambda$  падает нормально на дифракционную решётку длиной  $\ell$ . Найти её угловую дисперсию в зависимости от угла дифракции  $\varphi$ .

### **Вариант 10**

1. Как изменится дифракционная картина, полученная с помощью дифракционной решётки, если увеличить ширину щели, оставив неизменными постоянную решётки и число щелей? Решётка освещается монохроматическим светом, падающим нормально.

2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $L = 2,0 \text{ м}$  от экрана с круглым отверстием. При каком диаметре отверстия центр дифракционной картины будет наиболее тёмным? Волновой фронт плоский. Длина волны света  $\lambda = 650 \text{ нм}$ .

3. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Длина волны укладывается в щель 6 раз. Под каким углом будет наблюдаться 3-й дифракционный минимум света?

4. На дифракционную решётку, содержащую  $N = 100$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум 3-го порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, её надо повернуть на угол  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определить длину световой волны.

5. Постоянная дифракционной решётки длиной  $2,5 \text{ см}$  равна  $2 \text{ мкм}$ . Какую разность длин волн может разрешить эта решётка в области жёлтых лучей длиной волны  $\lambda = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  в спектре 2-го порядка?

### **Вариант 11**

1. На дифракционную решётку нормально падает плоская монохроматическая волна. Описать характер дифракционной картины, если постоянная решётки в 2 раза больше ширины щели.

2. Параллельный пучок лучей длиной волны  $\lambda = 560$  нм падает нормально на круглое отверстие радиусом  $r = 1,0$  мм в непрозрачном экране. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана наблюдения, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться тёмное пятно.

3. Параллельный пучок монохроматического света длиной волны  $\lambda = 600$  нм падает под углом  $\theta = 30^\circ$  на щель шириной  $b = 10\lambda$ . Определить ширину центрального максимума дифракционной картины на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $L = 0,95$  м.

4. Постоянная дифракционной решётки  $d = 2,8$  мкм. Определить наибольший порядок спектра для красной линии длиной  $\lambda = 680$  нм и максимальный угол отклонения этих лучей.

5. Дифракционная решётка имеет период  $d = 1,5$  мкм. Найти угловую дисперсию  $D$  для максимума наибольшего порядка спектральной линии длиной  $\lambda = 530$  нм, если свет падает нормально.

### **Вариант 12**

1. Круглое отверстие в непрозрачном экране освещается монохроматическим светом. Каким способом можно получить в центре дифракционной картины максимальную освещённость, не изменяя размер отверстия?

2. На круглое отверстие радиусом  $r$  в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок лучей длиной волны  $\lambda$ . При каком соотношении радиуса отвер-

ствия  $r$  и расстояния от отверстия до экрана наблюдения  $L$  в центре дифракционной картины свет не будет сменяться темнотой?

3. На непрозрачную пластинку со щелью падает нормально плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 585$  нм. Найти ширину щели, если угол отклонения лучей, соответствующих минимуму 2-го порядка, равен  $10^\circ$ .

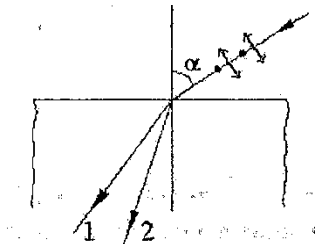
4. На дифракционную решётку нормально падает параллельный пучок света. Красная линия длиной волны  $\lambda = 630$  нм видна в спектре 3-го порядка под углом  $\varphi = 60^\circ$ . Определить, какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре 4-го порядка. Какое число штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решётка?

5. Две дифракционные решётки имеют длину, равную 3,0 мм, но разные периоды  $d_1 = 3,0 \cdot 10^{-3}$  мм и  $d_2 = 6,0 \cdot 10^{-3}$  мм. Определить их наибольшую разрешающую способность для жёлтой линии натрия, длина волны которой  $\lambda = 589,6$  нм.

## 7.6. Поляризация света

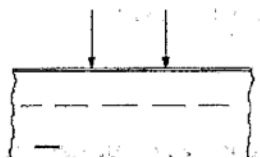
### Вариант 1

1. Естественный монохроматический луч падает на двоякопреломляющий кристалл. Указать, какими будут лучи 1 и 2, и показать направление колебаний вектора  $\vec{E}$  в обыкновенном луче и вектора  $\vec{H}$  в необыкновенном луче, если скорость обыкновенного луча больше скорости необыкновенного ( $v_o > v_e$ )?



2. Каков должен быть преломляющий угол у стеклянной призмы, чтобы углы входа и выхода луча из призмы были углами полной поляризации? Показатель преломления стекла 1,50.

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Естественный свет проходит через два николя. Каждый николь поглощает и отражает 8% интенсивности падающего на него света. Оказалось, что луч, вышедший из второго николя, имеет 9% интенсивности естественного света, падающего на первый николь. Найти угол между главными плоскостями этих николей.

5. Чему равна разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в кварце для света длиной волны  $\lambda = 589,3$  нм, идущего вдоль оптической оси, если известно, что вращение плоскости поляризации для этой длины волны равно  $21,7^\circ$  на 1 мм?

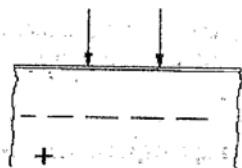
### **Вариант 2**

1. Доказать, что линейная и круговая поляризация является частным случаем эллиптической поляризации.

2. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Показатель преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,50$ . Отражённый луч полностью поляризован при падении его на дно под углом  $42^\circ 37'$ .

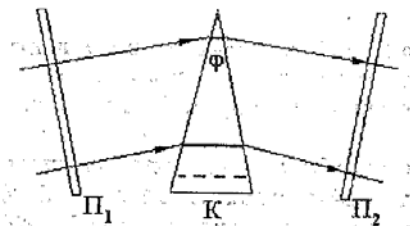
Найти: а) показатель преломления жидкости; б) под каким углом должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл положительный.



4. Во сколько раз уменьшится яркость естественного света, прошедшего через три николя, если угол между главными плоскостями 1-го и 2-го равен  $30^\circ$ , а между 2-м и 3-м –  $60^\circ$ ? Потерями света в николях пренебречь.

5. Монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 589$  нм проходит через два поляризатора  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , между которыми расположен тонкий клин К с преломляющим углом  $\varphi = 3^\circ 20'$ . Направление оптической оси показано пунктиром. В прошедшем свете на экране наблюдается система тёмных и светлых полос; ширина полосы  $\Delta x = 2,50$  мм. Определить постоянную вращения.

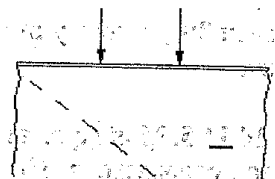


### Вариант 3

1. На поляризатор падает поляризованный по кругу свет, интенсивность которого  $I_0$ . Будет ли изменяться интенсивность прошедшего света при вращении поляризатора?

2. Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении света от него отражённый луч полностью поляризован при угле преломления  $30^\circ$ ?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через них, уменьшилась в 4 раза? Поглощением света пренебречь.

5. Плоскопараллельная пластинка в четверть волны, вырезанная из исландского шпата, имеет толщину  $d = 0,85 \cdot 10^{-6}$  м. На неё падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 589$  нм. Определить показатель преломления необыкновенного луча, если показатель преломления обыкновенного луча  $n_o = 1,486$ . Кристалл отрицательный.

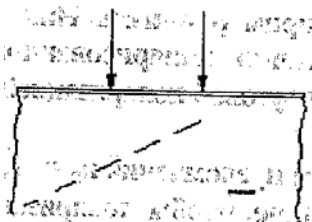
### Вариант 4

1. На пути плоскополяризованного монохроматического света установлена пластинка в четверть волны.

Какие видоизменения поляризации будет претерпевать вышедший из пластинки свет при вращении её вокруг направления луча?

2. Предельный угол полного внутреннего отражения на границе жидкости с воздухом равен  $43^\circ$ . Какой должен быть угол падения, чтобы отражённый луч был полностью поляризован?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Частично поляризованный свет состоит из естественного и линейно-поляризованного света. Чтобы найти отношение яркостей этих частей  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пол}}$ , пучок направляют на николь так, чтобы сначала получить наибольшую  $I_{\text{max}}$ , а затем наименьшую  $I_{\text{min}}$  яркости выходящего пучка. Оказалось, что  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}} = 2$ . Определить отношение яркостей естественного и поляризованного света в падающем пучке.

5. Монохроматический естественный свет падает на систему из двух скрещенных николей, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Найти минимальную толщину пластинки, при которой эта система будет пропускать 30% света. Постоянная вращения кварца  $17$  град/мм.

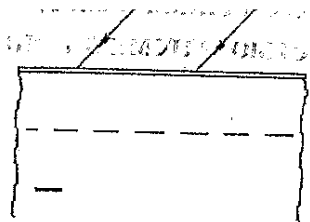


### Вариант 5

1. Можно ли с помощью одного анализатора, например, призмы Николя, отличить: а) плоскополяризованный свет от частично поляризованного; б) свет с левой круговой поляризацией от света с правой круговой поляризацией?

2. Свет падает на поверхность воды с показателем преломления  $n_{\text{в}} = 1,33$ . Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы поляризация лучей, отражённых от поверхности воды, была максимальной?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



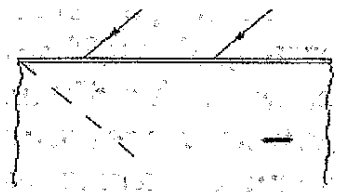
4. Частично поляризованный свет рассматривается через призму Николя. При повороте николя на  $45^\circ$  по отношению к положению, соответствующему максимальной яркости выходящего пучка, яркость света уменьшилась в 1,5 раза. Определить отношение яркости естественной и поляризованной частей в падающем луче.

5. Кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину  $d = 0,25$  мм и служит пластинкой в четверть волны для света с длиной волны  $\lambda = 530$  нм. Для каких ещё длин волн в области видимого спектра она будет также пластинкой в четверть волны?

Считать, что для всех длин волн видимого спектра разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей равна  $n_e - n_o = 0,0090$ .

### Вариант 6

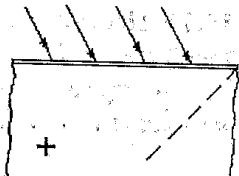
1. Как получить свет с левой круговой поляризацией?
2. Угол полной поляризации при отражении света от поверхности некоторого изотропного вещества равен  $56^\circ 20'$ . Определить скорость света в этом веществе.
3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Яркость светового пучка после прохождения естественного света уменьшилась в 5,4 раза. Определить потери светового пучка в процентах в связи с поглощением и отражением в каждом николе, если угол между их главными плоскостями составляет  $45^\circ$ .
5. Между скрещенными николями поместили пластинку кварца, вырезанную перпендикулярно оптической оси. Чтобы погасить свет, потребовалось повернуть анализатор на угол  $\Delta\varphi = 22^\circ$ . Найти толщину пластинки, если опыт проводился с монохроматическим светом, для которого постоянная вращения кварца для данной длины волны  $29,7^\circ$  на 1 мм.

### Вариант 7

1. Как получить эллиптически поляризованный свет?
2. На стеклянную пластинку с показателем преломления  $n_{\text{ст}} = 1,54$  падает естественный луч света. Определить угол между отражённым и падающим лучами, если отражённый луч полностью поляризован.
3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл положительный.



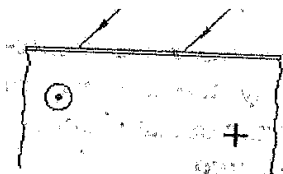
4. В результате прохождения естественного света через два николя яркость света уменьшилась на 80 %. Определить угол между главными плоскостями николей, если каждый николь поглощает и отражает 8 % падающего на него света.
5. Определить постоянную вращения для кварца, если кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси и помещённая между николями с параллельными главными плоскостями, полностью затемняет поле зрения. Толщина пластинки  $d = 4,02$  мм.

### Вариант 8

1. На пластинку в четверть волны, вырезанную из положительного кристалла, падает линейно поляризованный свет. Как будут поляризованы лучи при выходе из пластинки (правая или левая круговая поляризация)?

2. Найти угол полной поляризации от границы «стекло – вода», если показатели преломления стекла  $n_{\text{ст}} = 1,50$ ; воды  $n_{\text{в}} = 1,33$ .

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл положительный.



4. Естественный свет проходит две призмы Николя, угол между главными плоскостями призм равен  $60^\circ$ . Определить, как изменится яркость света после прохождения призм, если потери на поглощение и отражение составляют 10% в каждом николе.

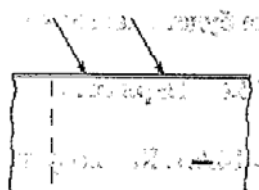
5. Пучок света падает нормально на пластинку кварца, вырезанную параллельно оптической оси. Определить разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей, прошедших через пластинку, если её толщина  $d = 0,04$  мм. Показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,544$  и  $n_e = 1,553$  соответственно. Для каких длин волн видимого света эта пластинка будет пластинкой в четверть волны?

### **Вариант 9**

1. На пластинку в четверть волны, вырезанную из отрицательного кристалла, падает линейно-поляризованный свет. Как будут поляризованы лучи при выходе из пластинки (правая или левая круговая поляризация)?

2. Определить коэффициент преломления вещества, для которого угол Брюстера равен углу полного внутреннего отражения.

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Яркость светового пучка уменьшилась в 9 раз в результате прохождения естественного света через две призмы Николя. Определить угол между главными плоскостями николей. Потери энергии, связанные с поглощением и отражением в каждом николе, составляют 10 %.

5. Плоскопараллельная пластинка из кварца в четверть волны для света с длиной волны  $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7}$  м имеет толщину  $d = 1,6 \cdot 10^{-5}$  м. Определить показатель преломления необыкновенного луча, если показатель преломления обыкновенного луча  $n_o = 1,544$ . Кристалл положительный.

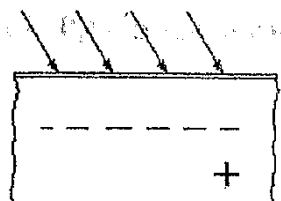
### **Вариант 10**

1. Каково соотношение показателей преломления исландского шпата и канадского бальзама для обыкновенного и необыкновенного лучей в призме Николя?

2. На стеклянную пластинку с показателем преломления  $n_1 = 1,70$  падает луч под углом полной поляризации. На сколько градусов надо изменить угол падения,

чтобы получить полную поляризацию отражённого луча, если пластинку поместить в сосуд с водой, показатель преломления которой  $n_2 = 1,33$  ?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл положительный.



4. Главные плоскости двух николей образуют угол  $30^\circ$ . Как изменится яркость света, прошедшего через оба николя, если угол увеличить в 2 раза?

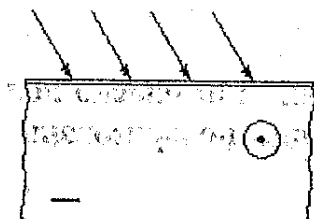
5. Вычислить толщину из пластины из кварца, которая могла бы применяться как пластинка в четверть волны и имела бы толщину около 1 мм для света с длиной волны  $\lambda = 6,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,550$  и  $n_e = 1,554$  соответственно.

### **Вариант 11**

1. Почему образовавшиеся при двойном лучепреломлении лучи получили название *обыкновенного* и *необыкновенного*?

2. Предельный угол полного внутреннего отражения для стекла равен  $42^\circ$ . При каком угле падения луч света, отражённый в вакууме от этого стекла, будет полностью поляризован?

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляризации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл отрицательный.



4. Один поляроид пропускает 30 %, если на него падает естественный свет. После прохождения через два таких поляроида интенсивность падает до 9 %. Найти угол между осями поляроида.

5. Вычислить толщину пластинки в четверть волны для монохроматического света, если длины волн обыкновенного и необыкновенного лучей в пластинке равны  $\lambda_o = 2,62 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  и  $\lambda_e = 2,90 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

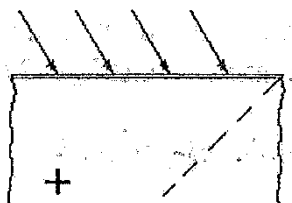
### **Вариант 12**

1. Можно ли с помощью одного анализатора отличить а) плоскополяризованный свет от частично поляризованного; б) частично поляризованный свет от поляризованного по кругу?

2. Угол преломления луча в жидкости равен  $36^\circ$ . Определить показатель преломления этой жидкости, если преломлённый луч максимально поляризован.

3. Естественный свет падает на плоскую грань двоякопреломляющего кристалла. Построить по принципу Гюйгенса направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей. Указать характер их поляри-

зации. Направление оптической оси указано пунктиром. Кристалл положительный.



4. Чему равен угол между главными плоскостями николей, если световой поток, выходящий из анализатора, составляет 50% светового потока, прошедшего через поляризатор?

5. Плоскополяризованный свет с длиной волны  $\lambda = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  падает нормально на кристаллическую пластинку, у которой оптическая ось параллельна поверхности. Вычислить разность фаз между обыкновенными и необыкновенными лучами на выходе из пластинки, если показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,554$  и  $n_e = 1,563$ . Толщина пластинки  $d = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

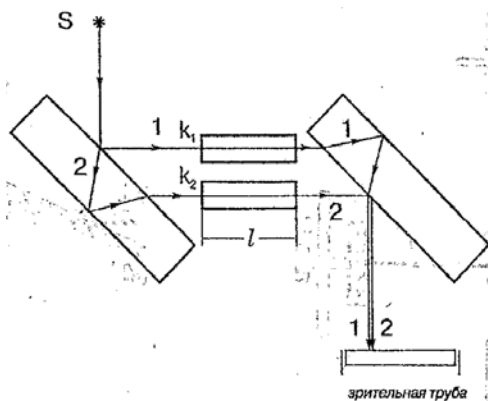


## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Савельев И. В.* Курс физики. – СПб.: Лань, 2006. – Т. 2. – 480 с.
2. *Фриш С. Э.* Курс общей физики / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2006. – Т. 2. – 480 с.
3. *Киттель Ч.* Механика: пер. с англ. / Ч. Киттель, У. Найт, М. Руденман. – М.: Наука, 1975. – Т. 1. – 480 с.
4. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. – М.: Наука, 1975. – Т. 2. – 551 с.
5. *Суорц Кл. Э.* Необыкновенная физика обыкновенных явлений: пер. с англ. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. – 384 с.
6. *Яворский Б. М.* Основы физики / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. – М.: Наука, 1974. – Т. 2. – 464 с.
7. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высш. шк., 2003. – 542 с.
8. *Мэрион Дж. Б.* Физика и физический мир. – М.: Мир, 1975. – 623 с.
9. *Орир Дж.* Физика: пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – Т. 1. – 336 с.
10. *Орир Дж.* Физика: пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – Т. 2. – 288 с.
11. *Яворский Б. М.* Курс физики / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Высш. шк., 1989. – 607 с.
12. *Селиванова Э. Б.* Колебания и волны. Волновая оптика: метод. указания к решению задач / Э. Б. Селиванова, В. Я. Че-чуев. – Новосибирск, 2002. – 98 с.
13. *Грабовский Р. И.* Курс физики. – СПб.: Лань, 2002. – 608 с.
14. *Касьянов В. А.* Физика. 11 класс. – М.: Дрофа, 2004. – 416 с.
15. *Крауфорд Ф.* Волны: пер. с англ. – М.: Наука, 1976. – Т. 3. – 528 с.

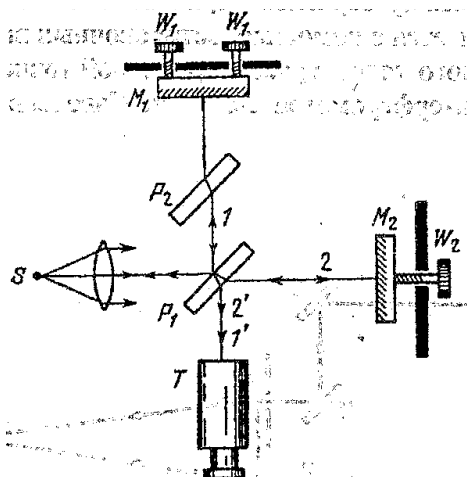
# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1



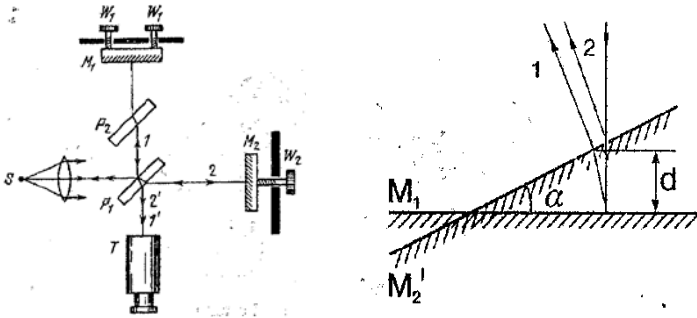
Интерферометр Жамена

## Приложение 2а



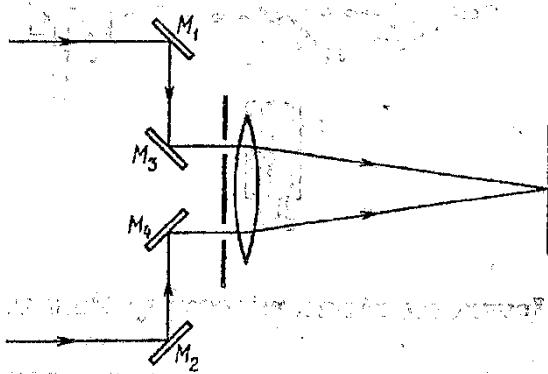
Двухлучевой интерферометр Майкельсона. Плоскости зеркала  $M_1$  и мнимого изображения зеркала  $M'_2$  – параллельны. (Описание работы интерферометра см. в учебнике Савельева И. В. «Курс общей физики», Т. 2)

## Приложение 26



Двухлучевой интерферометр Майкельсона. Угол  $\alpha$  образуется между зеркалом  $M_1$  и мнимым изображением зеркала  $M_2'$  в пластине  $P_1$ , это делается с помощью юстировочных винтов  $W_1$ ;  $d$  – толщина воздушного клина в рассматриваемой точке. (Описание работы интерферометра см. в учебнике Савельева И. В. «Курс общей физики», Т. 2)

## Приложение 3



Звёздный интерферометр Майкельсона.  
Зеркала  $M_3$  и  $M_4$  (внутренние) – неподвижны.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ .....	5
1.1. Основные понятия и соотношения.....	5
1.2. Примеры решения задач.....	12
2. ЗАТУХАЮЩИЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ .....	24
2.1. Основные понятия и соотношения.....	24
2.2. Примеры решения задач.....	31
3. ВОЛНЫ .....	40
3.1. Основные понятия и соотношения.....	40
3.2. Примеры решения задач.....	44
4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА .....	50
4.1. Основные понятия и соотношения.....	50
4.2. Примеры решения задач.....	62
5. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА .....	71
5.1. Основные понятия и соотношения.....	71
5.2. Примеры решения задач.....	81
6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА .....	87
6.1. Основные понятия и соотношения.....	87
6.2. Примеры решения задач.....	95
7. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.....	106
7.1. Гармонические колебания. Сложение гармоничес- ких колебаний.....	106
7.2. Затухающие и вынужденные колебания.....	122
7.3. Волны .....	134
7.4. Интерференция света .....	147
7.5. Дифракция света .....	171
7.6. Поляризация света .....	180
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	193
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	194

Составители:  
Чечуев Владимир Яковлевич  
Викулов Станислав Викторович  
Селиванова Эмма Борисовна

**РЕПЕТИТОР ПО ФИЗИКЕ.  
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.  
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

Учебное пособие

Редактор *Т. К. Коробкова*  
Компьютерная верстка *В. Н. Зенина*

Подписано в печать 30 сентября 2016 г. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ .  
Объем 9,5 уч.-изд. л., 12,3 усл. печ. л. Тираж 100 экз.  
Изд. № 11. Заказ № 1634.

---

Отпечатано в Издательском центре НГАУ «Золотой колос»  
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, каб. 106.  
Тел. (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru